# INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO

LEONARDO GUTIERRES LOBO

SOFTWARE ON-LINE PARA DETERMINAÇÃO DAS ARMADURAS DE PILARES RETANGULARES DE CONCRETO ARMADO.

#### Leonardo Gutierres Lobo

## SOFTWARE ON-LINE PARA DETERMINAÇÃO DAS ARMADURAS DE PILARES RETANGULARES DE CONCRETO ARMADO.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como exigência parcial para obtenção do diploma do Curso de Bacharelado em Engenharia civil do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, Campus Votuporanga.

Professor Orientador: Me. Gustavo Cabrelli Nirschl

#### FICHA CATALOGRÁFICA

Lobo, Leonardo Gutierres, 1998-

Software on-line para determinação das armaduras de pilares retangulares de concreto armado / Leonardo Gutierres Lobo -Votuporanga: IFSP, 2021.

116 p.: il. color.; 29,7 cm. Bibliografia: p. 89-90. Inclui Apêndices.

Orientador: Gustavo Cabrelli Nirschl.

Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Civil) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, 2021.

1. Concreto armado. 2. Análise estrutural (Engenharia). 3. Colunas. 4. Concreto (Armaduras). 5. Software – Desenvolvimento. I. Título.

CDD 23. ed. – 624.18341

Elaborado por Daniele Spadotto Sperandio - CRB 8/6860

L799s



ATA 28/2021 - DAE-VTP/DRG/VTP/IFSP

#### Ata de Defesa de Trabalho de Conclusão de Curso - Graduação

Na presente data realizou-se a sessão pública de defesa do Trabalho de Conclusão de Curso intitulado SOFTWARE ON-LINE PARA DETERMINAÇÃO DAS ARMADURAS DE PILARES RETANGULARES DE CONCRETO ARMADO, apresentado(a) pelo(a) aluno(a) LEONARDO GUTIERRES LOBO (VP1610252) do Curso SUPERIOR EM ENGENHARIA CIVIL, (Câmpus Votuporanga). Os trabalhos foram iniciados às 15:30h pelo(a) Professor(a) presidente da banca examinadora, constituída pelos seguintes membros:

Membros	IES	Presença (Sim/Não)	Aprovação/Conceito (Quando Exigido)
Prof. M.e Gustavo Cabrelli Nirschl (Presidente/Orientador)	IFSP Votuporanga	Sim	APROVADO
Prof. Dr. Cássio Leandro do Carmo (Examinador 1)	UFTM	Sim	APROVADO
Prof. M.e Lucas Augusto Natalin (Examinador 2)	IFSP Votuporanga	Sim	APROVADO

#### Observações:

	* '	conteúdo da monografía, passou à arguição do(a) candidato(a). Em seguida, os final sobre o trabalho apresentado pelo(a) aluno(a), tendo sido atribuído o seguinte
[X] Aprovado(a)	[ ] Reprovado(a)	Nota (quando exigido):
Proclamados os resultados	los pelo presidente da banca examinado	ora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, eu lavrei a presente ata que assino

Câmpus Votuporanga, 4 de fevereiro de 2021

Avaliador externo: [X]Sim []Não

Assinatura:

Cássio Leandro do Carmo

juntamente com os demais membros da banca examinadora.

Documento assinado eletronicamente por:

- Lucas Augusto Natalin, PROF ENS BAS TEC TECNOLOGICO-SUBSTITUTO, em 04/02/2021 17:36:45.
- Gustavo Cabrelli Nirschl, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 04/02/2021 16:45:15.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 04/02/2021. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.ifsp.edu.br/autenticar-documento/ e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 143015

Código de Autenticação: b7e97498a7



À minha família, principalmente à minha mãe Maria de Lourdes, meu pai Irineu e meu irmão Leandro.

#### **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a todos as pessoas incríveis que a passagem pelo IFSP me apresentou e que contribuíram na minha trajetória.

Agradeço principalmente aos meninos que moram comigo, Adriano Bonafé Rosa, Matheus Batista da Silva e Pedro Henrique Cardoso Moreira por serem companheiros e transformarem essa jornada tão pesada em algo mais leve.

Agradeço também aos amigos Alinson Amarildo, Anna Melo, Thaís Horikawa e Nicole Martins por sempre estarem presentes e me fazerem crescer como ser humano.

Não poderia deixar de agradecer ao meu amigo Felippi Gomes por me ensinar tanto sobre programação e por ser tão atencioso e paciente.

Ao grande mestre Domício Moreira da Silva Júnior por todo suporte e ajuda que precisei ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Ao Prof. Me. Gustavo Cabrelli Nirschl por despertar o meu interesse na área da programação e por contribuir com a orientação e desenvolvimento do presente trabalho.

Ao Instituto Federal de Ciência e Tecnologia de São Paulo Campus Votuporanga e todos os seus professores e servidores pela formação proporcionada.

"Pode se encontrar a felicidade mesmo nas horas mais sombrias, se a pessoa se lembrar de acender a luz.".

J.K. Rowling

#### RESUMO

Devido ao avanço das técnicas construtivas utilizadas pela construção civil, que visam à execução de edifícios cada vez mais esbeltos, bem como a busca por métodos que tornem a construção mais rápida e confiável, surge, então, a necessidade cada vez maior da aplicação da informática nas diversas etapas de uma obra, tornando softwares em ferramentas indispensáveis para os profissionais da engenharia. No entanto, tem-se que os estudantes de engenharia civil encontram-se em pouco contato com o desenvolvimento de ferramentas computacionais, tendo este trabalho, portanto, o objetivo de estudar o comportamento dos pilares de concreto armado e desenvolver um software capaz de determinar as armaduras dos mesmos, com utilização de ábacos de interação acessados pelo usuário, que deverá certificar-se de que entende como utilizá-los. Para facilitação do acesso, o software foi desenvolvido em HTML, Javascript, CSS e Bootstrap e está hospedado na página do grupo de pesquisa. Cabe ressaltar que o software, além de determinar as armaduras, é capaz de gerar um relatório em PDF, com todas as etapas do dimensionamento, na intenção de funcionar como ferramenta didática para estudantes de engenharia civil.

**Palavras-Chave:** Concreto armado. Pilares de concreto. *Software*. Efeitos de segunda ordem.

#### **ABSTRACT**

Due to the advance of the construction techniques used by civil construction, which aim at the execution of increasingly slender buildings, as well as the search for methods that make construction faster and more reliable, then arises the increasing need for application of the computer science in the various stages of a work, making software indispensable tools for engineering professionals. However, it is known that civil engineering students are in little contact with the development of computational tools, thus having the objective of studying the behavior of reinforced concrete pillars and developing a software capable of determining their armor, using interaction abacuses accessed by the user and the user must be sure that understands how to use them. For easy access, the software was developed in HTML, Javascript, CSS, and Bootstrap and It is hosted on the search group page. It is noteworthy that the software, in addition to determining the reinforcements, is able to generate a PDF report, with all the stages of sizing, in the intention of functioning as a didactic tool for civil engineering students.

Keywords: Reinforced concrete. Concrete Pillars. Software. Second-order effects.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Pilar intermediário em arranjo estrutural e situação de projeto	22
Figura 2 - Pilar de extremidade em arranjo estrutural e situação de projeto	22
Figura 3 - Pilar de canto em arranjo estrutural e situação de projeto	23
Figura 4 - Arranjo estrutural de pilar na planta de fôrma, dimensões da	ı seção
transversal e esforços atuantes	26
Figura 5 - Relações para cálculo do ângulo $\theta_1$	29
Figura 6 - Imperfeições geométricas locais	30
Figura 7 - Proteção contra flambagem das barras	33
Figura 8 - Pilar Padrão	35
Figura 9 - Envoltória mínima de primeira ordem	39
Figura 10 - Envoltória mínima com segunda ordem	40
Figura 11 - Seção retangular submetida à flexão composta oblíqua	42
Figura 12 - Domínios de deformação	44
Figura 13 - Emendas supostas na mesma seção transversal	47
Figura 14 - Tabela para definição de coeficiente em função da porcentaç	gem de
barras emendadas	48
Figura 15 – Parte da aba "GEOMETRIA DO ELEMENTO" do software	53
Figura 16 - Fluxograma do processo de dimensionamento	55
Figura 17 - Parte da Aba "CÁLCULO FINAL"	56
Figura 18 - Aviso sobre coeficiente em função das dimensões	58
Figura 19 - Erro mostrado ao usuário ao não respeitar área mínima de	seção
transversal	58
Figura 20 - Erro mostrado ao usuário ao não respeitar dimensão mínima abso	oluta da
seção transversal	58
Figura 21 - Mensagem de aviso quanto a esbeltez fora do limite	59
Figura 22 - Aviso quanto ao número mínimo de barras	59
Figura 23 - Aviso em relação à simetria das barras	60
Figura 24 - Aviso para área de projeto inferior à calculada	60
Figura 25 - Aviso mostrado quando inserido diâmetro da armadura longitudina	al maior
que o permitido	61
Figura 26 - Aviso quanto à área mínima de aço	61
Figura 27 - Aviso de erro mostrado ao usuário em relação à área máxima de a	aço62

Figura 28 - Aviso quanto às emendas na armadura longitudinal do pilar63	
Figura 29 - Aviso quanto ao espaçamento livre entre faces de barras de aço64	
Figura 30 - Aviso quanto ao espaçamento entre eixos das barras de armadura64	
Figura 31 - Aviso quanto ao centro de gravidade das armaduras65	
Figura 32 - Aviso quanto à necessidade de estribos suplementares66	
Figura 33 - Aba "Home"68	
Figura 34 - Aba "GEOMETRIA DO ELEMENTO"69	
Figura 35 - Aba "PROPRIEDADES CONCRETO E AÇO"70	
Figura 36 - Aba "ESFORÇOS SOLICITANTES"71	
Figura 37 - Aba "CÁLCULO FINAL"72	

#### LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
NBR	Norma Brasileira
CSS	Cascading Style Sheets (Folha de Estilo em Cascata)
HTML	HyperText Markup Language (Linguagem de Marcação de Hipertexto)
IFSP	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
NEVE	Núcleo de Engenharia Virtual e Experimental
PDF	Portable Document Format (Formato Portátil de Documento)

## LISTA DE SÍMBOLOS

λ	Índice de esbeltez de um elemento estrutural.
$l_e$	Comprimento de flambagem em um elemento estrutural.
$l_0$	Distância entre as faces internas dos elementos estruturais,
	supostos horizontais, que vinculam o pilar.
l	Distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o
	pilar está vinculado.
h	Dimensão da seção transversal do elemento estrutural na direção
	considerada.
$\lambda_1$	Parâmetro limite da esbeltez do elemento estrutural.
$e_1$	Excentricidade de 1ª ordem de maior valor absoluto.
$\alpha_b$	Coeficiente de cálculo relacionado à vinculação e esforços de um
	pilar.
$M_A$	Momento fletor de primeira ordem de maior valor absoluto em uma
	extremidade de um pilar biapoiado ou no engaste em um pilar em
	balanço.
$M_B$	Momento fletor de primeira ordem em uma extremidade de um pilar
	biapoiado.
$M_{C}$	Momento fletor de primeira ordem no meio de um pilar em balanço.
$M_{1d,min}$	Momento fletor mínimo a ser considerado no dimensionamento de pilar.
$N_d$	Força normal de cálculo.
ea	Excentricidade acidental, devido a imperfeição geométrica.
$\theta_1$	Angulação de imperfeição geométrica pela NBR-6118:2014.
$H_{i}$	Dimensão longitudinal considerada para o pilar.
$\lambda_n$	Coeficiente de majoração de esforços para dimensões abaixo das
	mínimas.
b	Menor dimensão do pilar.
$\phi\ell$	Diâmetro da armadura longitudinal.
$A_{s,min}$	Armadura longitudinal mínima em um pilar.
$f_{yd}$	Tensão de escoamento de cálculo do aço.
$A_c$	Área de concreto da seção transversal.

Armadura longitudinal máxima em um pilar.

 $A_{s,max}$ 

φt Diâmetro dos estribos (armadura transversal).

s<sub>max</sub> Espaçamento máximo entre estribos.

e<sub>2</sub> Excentricidade no topo do pilar padrão.

1/r Curvatura relacionada seção crítica.

M<sub>2d</sub> Momento fletor de segunda ordem.

ν Valor adimensional relativo à força normal de cálculo.

f<sub>cd</sub> Resistência de cálculo à compressão do concreto.

M<sub>d.tot</sub> Momento fletor total máximo no pilar.

M<sub>1d.A</sub> Momento fletor de cálculo de primeira ordem.

 $\kappa_1$  Coeficiente de cálculo para método aproximado.

 $\kappa_2$  Coeficiente de cálculo para método aproximado.

M<sub>1</sub> Momento fletor considerado para método aproximado.

A<sub>cc</sub> Área da seção de concreto comprimido.

n Número de barras de aço.

A<sub>si</sub> Área da seção transversal de uma barra genérica.

 $\sigma_{sid}$  Tensão de cálculo na barra genérica.

X Abscissa de elemento infinitesimal na seção transversal.

Y Ordenada de elemento infinitesimal na seção transversal.

 $x_{si}$  Abscissa de uma barra genérica.

 $y_{si}$  Ordenada de uma barra genérica.

 $\mu$  Adimensional relacionado ao momento fletor.

ω Taxa mecânica de armadura.

A<sub>s</sub> Área de aço calculada.

l<sub>b</sub> Comprimento básico de arranque.

f<sub>bd</sub> Resistência de aderência.

f<sub>ctd</sub> Resistência à tração do concreto.

η Parâmetro para cálculo de comprimento de ancoragem.

f<sub>ck</sub> Resistência característica de compressão do concreto.

 $I_{0c}$  Comprimento de traspasse.

l<sub>b,nec</sub> Comprimento de ancoragem necessário.

l<sub>0c,min</sub> Comprimento mínimo de traspasse.

d'proj Posição calculada do centro de gravidade das armaduras longitudinais.

### SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	17
1.1 Objetivos	17
1.2 Justificativa	18
1.3 Apresentação do trabalho	19
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	21
2.1 Pilares de Concreto Armado	21
2.1.1 Classificação dos pilares quanto à posição em planta	21
2.1.1.1 Pilar intermediário	21
2.1.1.2 Pilar de extremidade	22
2.1.1.3 Pilar de canto	23
2.1.2 Classificação dos pilares quanto à esbeltez	23
2.1.2.1 Índice de esbeltez (λ)	24
2.1.2.2 Determinação do valor-limite de esbeltez (λ1)	25
2.1.2.3 Classificação dos pilares e métodos indicados de cálculo	27
2.1.3 Imperfeições geométricas	28
2.1.4 Dimensões mínimas dos pilares	31
2.1.5 Disposições construtivas	31
2.1.5.1 Diâmetro mínimo e máximo da armadura longitudinal	31
2.1.5.2 Armadura mínima	32
2.1.5.3 Armadura máxima	32
2.1.5.4 Distribuição transversal das armaduras longitudinais	32
2.1.5.5 Proteção contra flambagem das armaduras longitudinais	32
2.1.5.6 Armaduras transversais	33
2.1.6 Consideração dos efeitos de segunda ordem	34
2.1.6.1 Pilar-Padrão	34

2.1.6.1.1 Método do pilar-padrão com curvatura aproximada37
2.1.6.1.2 Método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada40
2.1.7 Determinação das armaduras41
2.1.8 Equacionamento e elaboração dos ábacos de flexão composta41
2.1.9 Obtenção da Área de Aço44
2.1.10 Comprimento dos arranques no topo do pilar45
2.1.10.1 Emendas das barras46
2.2 Programação aplicada à engenharia civil48
2.3 Programação aplicada ao dimensionamento de pilares de concreto armado
49
3 METODOLOGIA53
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES67
4.1 ROTEIRO DE UTILIZAÇÃO E APLICAÇÃO DE EXEMPLO DE PILAR
BIAPOIADO67
5 CONCLUSÃO87
REFERÊNCIAS89
APÊNDICE A - EXEMPLO PARA PILAR BIAPOIADO COM CARGAS
TRANSVERSAIS91
APÊNDICE B – EXEMPLO PARA PILAR EM BALANÇO103

#### 1 INTRODUÇÃO

Compreende-se que, com o avanço das técnicas construtivas aplicadas à indústria da construção civil, que visam à execução de edifícios cada vez mais esbeltos, bem como a busca por métodos que tornem a construção mais rápida, surge a necessidade cada vez maior da aplicação da informática nas diversas etapas da execução, desde a concepção até o acabamento, uma vez que o trabalho manual do profissional de engenharia é extremamente oneroso em tempo. Sendo assim, os softwares tem papel essencial na otimização de tempo e na eliminação de erros de cálculo.

Dentre estas etapas, encontra-se o projeto estrutural, que adota uma concepção estrutural baseada em um sistema construtivo e que pode inclusive ser pré-determinado pelo profissional de arquitetura. A partir dessa concepção estrutural, devem ser determinadas as ações e se deve proceder ao dimensionamento estrutural dos elementos, processo que exige grande tempo de trabalho pela execução de cálculos e análises.

Tendo isso em vista, um elemento estrutural do conjunto é o pilar, que tem, na maioria dos casos, a função de receber as cargas advindas dos pavimentos e transmiti-las para a fundação. Os pilares, por serem sujeitos predominantemente à compressão, exigem que se tomem cuidados com a flambagem e também com efeitos de segunda ordem, que poderão surgir pela mudança do eixo devido à ação de forças horizontais ou deformação do próprio pilar. Na sequência, são descritos os principais objetivos propostos para o presente trabalho.

#### 1.1 Objetivos

O trabalho proposto teve por objetivo:

#### a) Objetivo Geral

 Desenvolver um software para o dimensionamento das armaduras de pilares, com o auxílio de ábacos de flexão composta segundo, por exemplo, Pinheiro, Baraldi e Porem (2009) e Venturini e Rodrigues (1987).
 A utilização dos ábacos é de responsabilidade do usuário, que deve saber como interpretá-los e utiliza-los de forma correta. Serão levados em consideração efeitos de segunda ordem local (quando necessário). O desenvolvimento do *software* atende às verificações normativas pela ABNT NBR 6118:2014.

#### b) Objetivos Específicos

- Conhecer o comportamento dos pilares de concreto;
- Conhecer o comportamento do conjunto do aço e concreto, para garantir o trabalho conjunto de ambos os materiais;
- Conhecer os ábacos de interação utilizados para determinação da taxa de armadura dos pilares, disponíveis na bibliografia;
- Demonstrar a necessidade e praticidade da utilização de um software para dimensionar as armaduras em peças de concreto armado;
- Estudar as linguagens de programação HTML/Javascript;
- Comparar os resultados numéricos obtidos com o software e resultados de forma manual.

#### 1.2 Justificativa

O presente trabalho, ao apresentar um software, viabiliza a execução de cálculos mais precisos, por executar instruções exatamente como programadas, realizando trabalho manual em pouco tempo, padronizando a entrada de dados e efetuando o processo de dimensionamento sempre com os mesmos critérios. A uniformidade ao efetuar os cálculos, aliada à precisão e velocidade de processamento do computador, minimiza a possibilidade de erro humano e diminui o tempo necessário para cálculo estrutural. Em paralelo, ao apresentar um relatório PDF do tipo memória de cálculo, que detalha todo o processo de cálculo realizado e a seção transversal final do elemento, o software desenvolvido proporciona ao engenheiro uma ferramenta de auxílio para analisar o dimensionamento executado. Cabe ressaltar que o relatório gerado pelo programa também pode ser utilizado como ferramenta didática para estudantes e professores, possibilitando a simulação de diversos exemplos para auxílio na aprendizagem. O software desenvolvido

encontra-se disponível na página do grupo de estudos NEVE (Núcleo de Engenharia Virtual e Experimental), criado no IFSP – Campus Votuporanga, que reúne diversos outros *softwares* gratuitos para as mais variadas áreas da engenharia, servindo de ferramenta para auxiliar alunos, professores e profissionais da área, com o diferencial de todos os *softwares* desenvolvidos fornecerem ao usuário a memória de cálculo bem diagramada e detalhada em um relatório PDF. A página do grupo NEVE está hospedada em <a href="http://vtp.ifsp.edu.br/nev/">http://vtp.ifsp.edu.br/nev/</a>.

#### 1.3 Apresentação do trabalho

Neste primeiro capítulo, buscou-se apresentar, em aspectos gerais, o trabalho, evidenciando os objetivos gerais e específicos.

No segundo capítulo, será apresentada a revisão bibliográfica a respeito dos temas pertinentes a este trabalho.

No terceiro capítulo, a metodologia utilizada será descrita.

No quarto capítulo, os resultados serão explicitados.

No quinto e último capítulo, as conclusões serão discutidas. Por fim, as referências bibliográficas serão listadas.

#### 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A seguir, será apresentada a revisão bibliográfica pertinente ao tema.

#### 2.1 Pilares de Concreto Armado

A NBR-6118:2014, em seu item 14.4.1.2, define pilares como sendo "elementos lineares de eixo reto, usualmente dispostos na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes" (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 84). Os pilares podem ter diversas formas, mas as mais comuns são as prismáticas (quadradas ou retangulares) e as circulares.

#### 2.1.1 Classificação dos pilares quanto à posição em planta

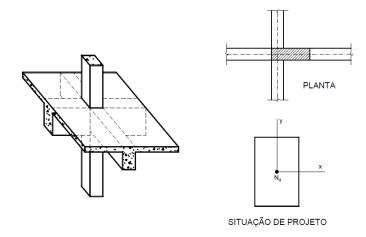
Primeiramente, torna-se necessário definir as excentricidades de primeira ordem que podem ocorrer nos pilares, conforme Scadelai e Pinheiro (2005):

- excentricidade inicial (e<sub>1</sub>): ocorre devido à continuidade ou não da ligação das vigas nos pilares; portanto, ocorre nos pilares de borda e canto;
- excentricidade acidental (e<sub>a</sub>): ocorre devido a imperfeições de eixo;
- excentricidade de forma: ocorre devido a diferenças entre os eixos das vigas e pilares; desconsideradas no dimensionamento dos pilares.

#### 2.1.1.1 Pilar intermediário

De acordo com Bastos (2015), nos pilares intermediários, Figura 1, considerase a compressão centrada na situação de projeto, pois, como as lajes e as vigas são contínuas sobre o pilar, pode-se admitir que os momentos fletores transmitidos ao pilar sejam pequenos e desprezíveis.

Figura 1 - Pilar intermediário em arranjo estrutural e situação de projeto

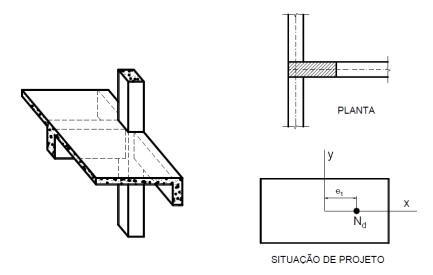


Fonte: Bastos (2015).

#### 2.1.1.2 Pilar de extremidade

Bastos (2015) afirma que os pilares de extremidade, de modo geral, encontram-se posicionados nas bordas das edificações, sendo também chamados pilares laterais ou de borda. O termo "pilar de extremidade" advém do fato do pilar ser extremo para uma viga, pois esta não continua após o pilar, conforme Figura 2.

Figura 2 - Pilar de extremidade em arranjo estrutural e situação de projeto



Fonte: Bastos (2015).

#### 2.1.1.3 Pilar de canto

Conforme Carvalho e Pinheiro (2013), os pilares de canto localizam-se nos cantos das edificações, conforme Figura 3, e as vigas que chegam nestes pilares são interrompidas ali. Estão sempre sujeitos à flexão composta oblíqua, por conta dos momentos fletores atuando nas duas direções principais do pilar.

A Figura 3 a seguir ilustra a situação de um pilar que se encontra nos cantos de uma edificação:

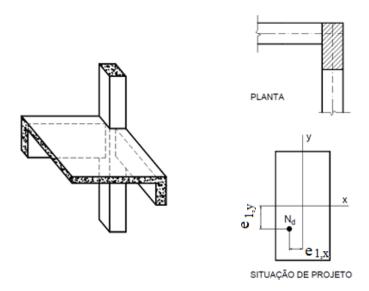


Figura 3 - Pilar de canto em arranjo estrutural e situação de projeto

Fonte: Bastos (2015).

#### 2.1.2 Classificação dos pilares quanto à esbeltez

Carvalho e Pinheiro (2013) afirmam que, no cálculo de pilares, a consideração do efeito da flambagem está relacionada às condições de apoio, comprimento e seção transversal do pilar. Tal consideração se dá por meio do índice de esbeltez  $(\lambda)$ , sendo que o dimensionamento é feito com maior ou menor grau de simplificação em função do valor deste índice.

A NBR-6118:2014, no item 15.6, traz que, em estruturas de nós fixos, pode-se considerar cada elemento comprimido de forma isolada, sendo esses elementos definidos como barra vinculada nas extremidades aos demais elementos, onde são aplicados os esforços de 1ª ordem obtidos da análise estrutural. De forma

semelhante, a NBR-6118:2014, no item 15.7.4, atribui para estrutura de nós móveis a mesma definição de barras isoladas, porém devem-se aplicar às extremidades os esforços obtidos por análise global de 2ª ordem.

O item 15.8.2 da NBR-6118:2014 dispensa a consideração de esforços locais de  $2^a$  ordem em elementos isolados, desde que o índice de esbeltez seja menor que o valor-limite  $\lambda_1$ .

#### 2.1.2.1 Índice de esbeltez ( $\lambda$ )

O índice de esbeltez é a razão entre o comprimento de flambagem  $l_e$  (chamado de comprimento equivalente pela NBR-6118:2014) e o raio de giração, nas direções a serem consideradas. Este índice mede quão esbelto será o pilar. Para pilares retangulares:

$$\lambda = \frac{3,46.l_e}{h}$$
 Equação 1

Em que:

- λ é o índice de esbeltez;
- $l_e$  é o comprimento de flambagem;
- h é a dimensão da seção transversal na direção considerada.

A NBR 6118:2014, define  $l_e$  como o comprimento equivalente do pilar, vinculado em ambas as extremidades, devendo ser o menor entre:

$$l_e = l_0 + h$$
 Equação 2

$$l_e=l$$
 Equação 3

Em que:

- $l_0$  é a distância entre as faces internas dos elementos estruturais, supostos horizontais, que vinculam o pilar;
- h é a dimensão da seção transversal do pilar na direção considerada;

 l é a distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado.

Cabe ressaltar que, segundo o item 15.8.2 da NBR-6118:2014, em pilares engastados na base e livres no topo, o valor de  $l_e$  é igual a 2 l. Nos demais casos, devem ser seguidas as orientações do item 15.6 da NBR-6118:2014.

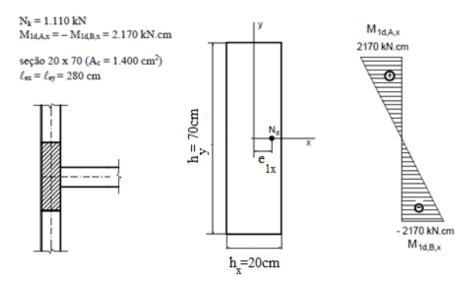
#### 2.1.2.2 Determinação do valor-limite de esbeltez ( $\lambda_1$ )

O item 15.8.2 da NBR-6118:2014 considera que o valor de  $\lambda_1$  depende de diversos fatores, mas os preponderantes são:

- a excentricidade relativa de 1<sup>a</sup> ordem e<sub>1</sub>/h na extremidade do pilar onde ocorre o momento de 1<sup>a</sup> ordem de maior valor absoluto;
- a vinculação dos extremos da coluna isolada;
- a forma do diagrama dos momentos de 1<sup>a</sup> ordem.

Na Figura 4 é possível observar um pilar submetido a esforços de compressão e momento fletor de primeira ordem, obtidos da análise estrutural. A partir disso, define-se como e<sub>1</sub> o valor da excentricidade gerada pelo momento aplicado às extremidades do elemento (M<sub>1</sub>). Dessa forma, e<sub>1</sub> tem seu valor determinado por meio do quociente do valor do momento fletor pelo valor da força normal.

Figura 4 - Arranjo estrutural de pilar na planta de fôrma, dimensões da seção transversal e esforços atuantes



Fonte: Bastos (2015).

O valor de  $\lambda_1$  pode ser calculado pela expressão:

$$35 \le \lambda_1 = \frac{25 + 12, 5.(\frac{e^1}{h})}{\alpha_b} \le 90$$
 Equação 4

O valor de  $\propto_b$  deve ser obtido conforme estabelecido a seguir:

a) para pilares biapoiados sem cargas transversais:

$$0.4 \leq \alpha_b = 0.60 + 0.40. \frac{M_B}{M_A} \leq 1.0$$
 Equação 5

Sendo  $M_A$  e  $M_B$  os momentos de 1ª ordem nos extremos do pilar em estruturas de nós fixos e momentos totais (1ª ordem e 2ª ordem global) em estruturas de nós móveis. Deve ser adotado para  $M_A$  o maior valor absoluto ao longo do pilar biapoiado.  $M_B$  terá sinal positivo se tracionar a mesma face que  $M_A$  e negativo em caso contrário.

b) para pilares biapoiados com cargas transversais significativas ao longo da altura:  $\alpha_b$  = 1,0

c) para pilares em balanço:

$$0.85 \leq \alpha_b = 0.80 + 0.20. \frac{M_C}{M_A} \leq 1.00$$
 Equação 6

Sendo  $M_A$  o momento de  $1^a$  ordem no engaste e  $M_C$  é o momento de  $1^a$  ordem no meio do pilar em balanço.

d) para pilares biapoiados ou em balanço com momentos menores que o momento mínimo:  $\alpha_b = 1,0$ 

O momento mínimo pode ser calculado com a equação 7 a seguir:

$$M_{1d,\text{min}} = N_d.(0.015 + 0.03.h)$$
 Equação 7

Em que:

- h é a dimensão da seção transversal na direção considerada (m).
- N<sub>d</sub> é a força normal de cálculo.

#### 2.1.2.3 Classificação dos pilares e métodos indicados de cálculo

A terminologia utilizada neste item não está explicitada na NBR-6118:2014, mas é bastante empregada na prática, para definir quais métodos de cálculo podem ser usados no dimensionamento. Desta forma, Carvalho e Pinheiro (2013) classificam os pilares da seguinte maneira:

- a) Pilares curtos ( $\lambda \leq \lambda_1$ )
  - Análise dos efeitos locais de segunda ordem pode ser dispensada.
- b) Pilares medianamente esbeltos ( $\lambda_1 \le \lambda \le 90$ )
  - Efeitos locais de segunda ordem devem ser considerados;
  - Determinação pelos métodos:
    - ✓ Pilar-padrão com curvatura aproximada;

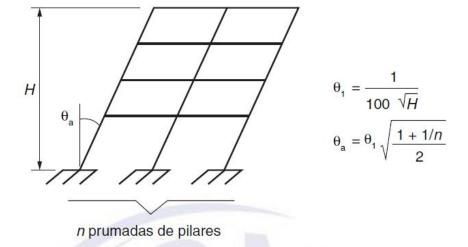
- ✓ Pilar-padrão com rigidez κ aproximada.
- c) Pilares esbeltos (90  $\leq \lambda \leq$  140)
  - Consideração obrigatória do efeito da fluência;
  - Análise de 2ª ordem local pelo Método do pilar-padrão com curvatura real acoplado a diagramas de Momento, Normal, 1/r.
- d) Pilares muito esbeltos (140  $\leq \lambda \leq$  200)
  - Consideração obrigatória do efeito da fluência;
  - Análise de 2ª ordem local pelo Método geral.
- e) Pilares com  $\lambda > 200$ 
  - A NBR 6118:2014 permite pilares com índice de esbeltez superior a 200 apenas em casos bastante particulares que não serão tratados neste trabalho.

#### 2.1.3 Imperfeições geométricas

A NBR-6118:2014, na seção 11.3.3.4, ressalta que, para verificação do estado-limite último em estruturas reticuladas, deve-se fazer a consideração de imperfeições geométricas do eixo dos elementos estruturais.

A imperfeição geométrica pode então ser avaliada pelo ângulo  $\theta_1$ , calculado conforme a definição do item 11.3.3.4.1 da NBR-6118:2014:

Figura 5 - Relações para cálculo do ângulo θ<sub>1</sub>



onde

 $\theta_{1min}$  = 1/300 para estruturas reticuladas e imperfeições locais;

 $\theta_{1m\acute{a}x} = 1/200;$ 

H é a altura total da edificação, expressa em metros (m);

n é o número de prumadas de pilares no pórtico plano.

Fonte: Figura 11.1 da NBR-6118:2014.

A norma ainda admite, em seu item 11.3.3.4.2, três situações principais que devem ser analisadas para a consideração dos efeitos locais das imperfeições geométricas (Figura 6).

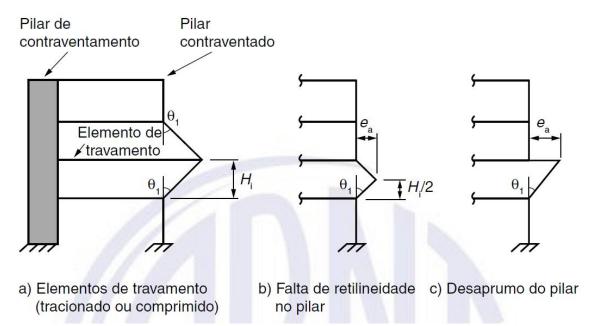


Figura 6 - Imperfeições geométricas locais

Fonte: Figura 11.2 da NBR-6118:2014.

Ainda no item 11.3.3.4.2, a NBR-6118:2014 admite que, para consideração das imperfeições locais, nos casos de estruturas reticuladas, apenas a falta de retilineidade ao longo do elemento é suficiente. Dessa forma, Bastos (2015) define a excentricidade acidental (e<sub>a</sub>) para um lance de pilar como:

$$e_{a}=\theta_{1} imesrac{H_{i}}{2}$$
 Equação 8

#### Em que:

- θ<sub>1</sub> é o ângulo de inclinação global (radianos);
- H<sub>i</sub> é a dimensão longitudinal do lance (m).

Vale ressaltar que, para pilares em balanço, deve-se utilizar a equação 8 apenas considerando a multiplicação do ângulo de inclinação global pela dimensão longitudinal do lance.

#### 2.1.4 Dimensões mínimas dos pilares

O item 13.2.3 da NBR-6118:2014 impõe que a menor dimensão da seção transversal dos pilares não seja inferior a 19 cm, porém, permite, em casos especiais, a redução para até 14 cm, desde que os esforços solicitantes sejam multiplicados por coeficiente  $\lambda_n$  adicional, conforme Equação 9. Em qualquer situação, não é permitido que os pilares tenham área de seção transversal inferior a  $360\text{cm}^2$ .

$$\lambda_n = 1{,}95 - 0{,}05.b$$
 Equação 9

Sendo b a menor dimensão do pilar (cm).

#### 2.1.5 Disposições construtivas

Em seu item 18.4.2.1, a NBR-6118:2014 recomenda que

"o arranjo das armaduras deve atender não só à sua função estrutural, como também às condições adequadas de execução, particularmente com relação ao lançamento e ao adensamento do concreto. Os espaços devem ser projetados para a introdução do vibrador e de modo a impedir a segregação dos agregados e a ocorrência de vazios no interior do elemento estrutural." (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 151).

#### 2.1.5.1 Diâmetro mínimo e máximo da armadura longitudinal

Conforme o item 18.4.2.1 da NBR-6118:2014, o diâmetro mínimo e máximo da armadura longitudinal dos pilares ( $\phi_\ell$ ) deve ser maior ou igual a 10mm e menor que b/8, sendo b a menor dimensão do pilar.

#### 2.1.5.2 Armadura mínima

A armadura longitudinal mínima é calculada conforme o item 17.3.4.3.1 da NBR 6118:2014:

$$A_{s, \min} = 0.15. \frac{N_d}{f_{yd}} \ge 0.004. A_c$$
 Equação 10

Em que:

- A<sub>s,min</sub> é a armadura mínima;
- N<sub>d</sub> é a força normal de cálculo;
- f<sub>vd</sub>: tensão de escoamento de cálculo do aço;
- A<sub>c</sub>: área de concreto da seção transversal.

#### 2.1.5.3 Armadura máxima

A armadura máxima dos pilares ( $A_{s,max}$ ), mesmo em uma região de emenda, é estipulada no item 17.3.5.3.2 da NBR 6118:2014 como sendo:

$$A_{\rm s, max} = 0.08.A_{\rm c}$$
 Equação 11

#### 2.1.5.4 Distribuição transversal das armaduras longitudinais

A NBR-6118:2014 em seu item 18.4.2.2 traz que

"as armaduras longitudinais devem ser dispostas na seção transversal, de forma a garantir a resistência adequada do elemento estrutural. Em seções poligonais, deve existir pelo menos uma barra em cada vértice; em seções circulares, no mínimo seis barras distribuídas ao longo do perímetro." (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 151).

#### 2.1.5.5 Proteção contra flambagem das armaduras longitudinais

Conforme o item 18.2.4 da NBR-6118:2014, tem-se:

"Sempre que houver possibilidade de flambagem das barras da armadura, situadas junto à superfície do elemento estrutural, devem ser tomadas precauções para evitá-la. Os estribos poligonais garantem contra a flambagem as barras longitudinais situadas em seus cantos e as por eles abrangidas, situadas no máximo à distância de 20¢t do canto, se nesse trecho de comprimento 20¢t não houver mais de duas barras, não contando a de canto. Quando houver mais de duas barras nesse trecho ou barra fora dele, deve haver estribos suplementares." (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 145-146).

A Figura 7, a seguir, ilustra a proteção das barras contra flambagem.

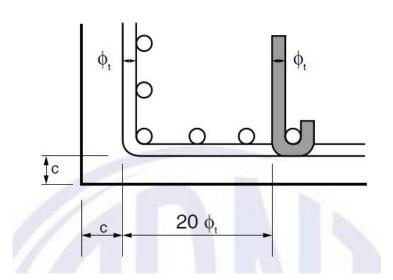


Figura 7 - Proteção contra flambagem das barras

Fonte: Figura 18.2 da NBR-6118:2014.

#### 2.1.5.6 Armaduras transversais

De acordo com o item 18.4.3, a NBR-6118:2014 recomenda que

"a armadura transversal de pilares por estribos e, quando for o caso, por grampos suplementares, deve ser colocada em toda a altura do pilar, sendo obrigatória sua colocação na região de cruzamento com vigas e lajes" (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 151).

O diâmetro dos estribos em pilares deve obedecer a:

$$\varphi_t \geq \begin{cases} 5 \text{ mm} \\ \varphi_\ell / 4 \text{ ou } \varphi_{\text{feixe}} / 4 \end{cases}$$

#### Em que:

- • t é o diâmetro dos estribos;
- øl é o diâmetro das barras longitudinais;
- Φ<sub>feixe</sub> é o diâmetro equivalente de um feixe de barras, definido pela relação Φ<sub>feixe</sub>=Φ<sub>barras</sub>.√n
- \$\phi\_{\text{barras}}\$ \( \text{ o diâmetro das barras que constituem o feixe} \);
- n é o número de barras que constituem o feixe;

Já o espaçamento máximo entre estribos deve ser:

$$\begin{split} s_{m\acute{a}x} \leq &\begin{cases} 20 \text{ cm} \\ b \text{ (menor dim ensão do pilar)} \\ 24 \varphi_{\ell} \text{ para CA} - 25, 12 \varphi_{\ell} \text{ para CA} - 50 \end{cases} \end{split}$$

#### 2.1.6 Consideração dos efeitos de segunda ordem

Carvalho e Pinheiro (2013) afirmam que existem métodos simplificados para determinação dos efeitos de segunda ordem e que estes apresentam boa precisão quando aplicados em situações específicas. Assim, os métodos simplificados servem apenas para algumas situações, e os mais complexos conseguem abranger todas as situações. No presente trabalho serão adotados dois métodos detalhados a seguir, ambos baseados no Método do Pilar-Padrão.

#### 2.1.6.1 Pilar-Padrão

De acordo com a NBR 6118:2014, no item 15.8.3, os efeitos locais de  $2^a$  ordem podem ser calculados pelo Método Geral ou por aproximações. O primeiro é obrigatório em elementos com  $\lambda > 140$  e trata de análise não linear, considerando curvatura real em cada seção, sem aproximação da não linearidade geométrica. O

presente trabalho adota dois métodos para aproximação dos efeitos de 2ª ordem, ambos baseados no pilar-padrão, devido à simplicidade de sua aplicação no dimensionamento. Segundo Bastos (2015), o pilar-padrão é uma barra engastada na base e livre no topo, com curvatura conhecida, sendo este aplicável apenas a pilares com seção transversal e armadura constante em todo o comprimento do pilar. A linha elástica do pilar-padrão pode ser simplificada por uma função senoidal e é representada pela Figura 8:

 $\frac{e_2}{\sqrt{x}}$ 

Figura 8 - Pilar Padrão

Fonte: Bastos (2015).

A partir das considerações feitas, desenvolve-se o equacionamento para o pilar-padrão:

$$y = -e_2.sen\frac{\pi . x}{l_a}$$
 Equação 12

A primeira e a segunda derivada da equação fornecem:

$$\frac{dy}{dx} = -e_2 \cdot \frac{\pi}{l_e} \cdot \cos \frac{\pi}{l_e} \cdot x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\pi^2}{l_e^2}.y$$

Segundo Bastos (2015), para pequenos deslocamentos, pode-se admitir:

$$\frac{d^2y}{dx^2} \cong \frac{1}{r} \longrightarrow \frac{\pi^2}{l_e^2}. y = \frac{1}{r} \longrightarrow y = \frac{l_e^2}{\pi^2}. \frac{1}{r}$$

Em que:

•  $\frac{1}{r}$  é a curvatura na seção crítica, definida pela equação 15, dada em sequência.

Considerando-se  $\pi^2 \cong 10$ , sendo 1/r relativo seção crítica e tendo y como deslocamento  $e_2$ , o deslocamento no topo da barra é:

$$e_2 = \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r}$$
 Equação 13

Segundo Bastos (2015), o deslocamento máximo  $e_2$  é chamado "excentricidade de segunda ordem" e é considerado no dimensionamento dos pilares. Devido à excentricidade local  $e_2$ , surge o momento fletor de segunda ordem:

$$M_{2d} = N_d.e_2 = N_d.\frac{l_e^2}{10}.\frac{1}{r}$$
 Equação 14

A NBR 6118:2014 (item 15.8.3.3.2) traz uma expressão aproximada para a curvatura na seção crítica:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h.(v+0.5)} \le \frac{0,005}{h}$$
 Equação 15

Sendo  $\nu$  um valor adimensional relativo à força normal de cálculo ( $N_d$ ):

$$u = \frac{N_d}{A_c.f_{cd}}$$
 Equação 16

#### Em que:

- N<sub>d</sub> é a força normal de cálculo;
- h é a dimensão da seção na direção considerada;
- A<sub>c</sub> é a área de concreto da seção transversal;
- f<sub>cd</sub> é a resistência de cálculo à compressão do concreto.

Aplicando a equação 15 na equação 16, tem-se o máximo momento fletor de segunda ordem local, a ser aplicado nos dois métodos descritos em sequência para o cálculo dos efeitos de segunda ordem local:

$$M_{2d} = N_d . \frac{l_e^{\ 2}}{10} \bigg[ \frac{0{,}005}{h.(\nu + 0{,}5)} \bigg]$$
 Equação 17

#### 2.1.6.1.1 Método do pilar-padrão com curvatura aproximada

O item 15.8.3.3.2 na NBR-6118:2014 preconiza:

"Pode ser empregado apenas no cálculo de pilares com λ ≤ 90, com seção constante e armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo. A não linearidade geométrica é considerada de forma aproximada, supondo-se que a deformação da barra seja senoidal. A não linearidade física é considerada através de uma expressão aproximada da curvatura na seção crítica." (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 109).

Dessa forma, a norma propõe que o momento total máximo no pilar deve ser calculado pela expressão:

$$M_{d,tot} = \alpha_b.M_{1d,A} + N_d.\frac{\ell_e^2}{10}.\frac{1}{r} \ge M_{1d,A}$$
 Equação 18

#### Em que:

- α<sub>b</sub> é um parâmetro que depende das condições de contorno;
- M<sub>1d,A</sub> é momento de primeira ordem;
- N<sub>d</sub> é a força normal de cálculo;
- le é o comprimento equivalente;
- 1/r é a curvatura na seção crítica.

Segundo Bastos (2015), embora o item 15.8.3.3.2 da versão de 2014 da NBR 6118, diferentemente da versão de 2003, não apresente diretamente, deve-se considerar que:

$$M_{1dA} \ge M_{1d \min}$$

$$M_{d.tot} \ge M_{1d.min}$$

Sendo  $M_{1d,A}$  valor de cálculo de primeira ordem do momento  $M_A$ , definido anteriormente, e  $M_{1d,\min}$  o momento fletor mínimo definido pela equação 7.

A NBR 6118:2014 ainda informa que, ao se considerar o momento fletor mínimo, pode-se desconsiderar a excentricidade acidental ou o efeito das imperfeições locais, e que ao momento mínimo devem ser acrescidos os momentos de segunda ordem.

Bastos (2015) preconiza que se deve calcular o momento fletor máximo para as direções principais do pilar levando em conta que seja corrigido pelo fator  $\alpha_b$  na seção onde ocorre a excentricidade máxima de segunda ordem. Se o momento fletor de primeira ordem for nulo ou menor que o mínimo, então o momento fletor mínimo, constante na altura do pilar, deve ser somado ao momento fletor de segunda ordem.

No item 11.3.3.4.3 da NBR-6118:2014, tem-se que "Para pilares de seção retangular, pode-se definir uma envoltória mínima de 1ª ordem, tomada a favor da

segurança" (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 60), conforme mostrado na Figura 9.

 $M_{1d,\min,yy} = N_{d} (0,015 + 0,03b)$   $M_{1d,\min,xx} = N_{d} (0,015 + 0,03h)$   $M_{1d,\min,xx} = M_{1d,\min,xx}$   $M_{1d,\min,xx} = M_{1d,\min,xx}$   $M_{1d,\min,xx} = M_{1d,\min,xx}$   $M_{1d,\min,xx} = M_{1d,\min,xx}$ (Seção transversal)  $M_{1d,\min,xx} = M_{1d,\min,xy}$   $M_{1d,\min,xx} = M_{1d,\min,xy}$ (Envoltória mínima de 1ª ordem)  $M_{1d,\min,xx} = M_{1d,\min,xy}$ Sendo:  $M_{1d,\min,xx} = M_{1d,\min,yy}$  as componentes em flexão composta normal e  $M_{1d,\min,x} = M_{1d,\min,x}$  as componentes em flexão composta oblíqua

Figura 9 - Envoltória mínima de primeira ordem

Fonte: Figura 11.3, ABNT NBR 6118:2014.

#### A normativa prossegue:

"Neste caso, a verificação do momento mínimo pode ser considerada atendida quando, no dimensionamento adotado, obtém-se uma envoltória resistente que englobe a envoltória mínima de 1ª ordem. Quando houver a necessidade de calcular os efeitos locais de 2ª ordem em alguma das direções do pilar, a verificação do momento mínimo deve considerar ainda a envoltória mínima com 2ª ordem, conforme 15.3.2." (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 61).

No item 15.3.2, a NBR-6118:2014 reapresenta o diagrama da Figura 7, mas com a envoltória mínima acrescida dos efeitos de segunda ordem. É demonstrada a envoltória resistente pela Figura 10 na sequência, sobre a qual a norma também preconiza que:

"Para pilares de seção retangular, quando houver a necessidade de calcular os efeitos locais de 2ª ordem, a verificação do momento mínimo pode ser considerada atendida quando, no dimensionamento adotado, obtém-se uma

envoltória resistente que englobe a envoltória mínima com 2ª ordem, cujos momentos totais são calculados a partir dos momentos mínimos de 1ª ordem e de acordo com item 15.8.3. A consideração desta envoltória mínima pode ser realizada através de duas análises à flexão composta normal, calculadas de forma isolada e com momentos fletores mínimos de 1ª ordem atuantes nos extremos do pilar, nas suas direções principais."(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 101-102).

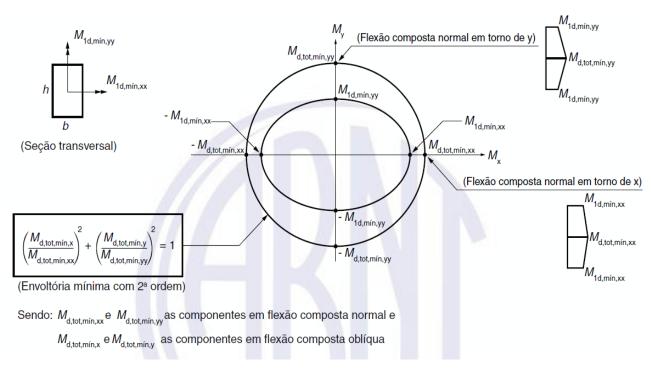


Figura 10 - Envoltória mínima com segunda ordem

Fonte: Figura 15.2, ABNT NBR 6118:2014.

#### 2.1.6.1.2 Método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada

De acordo com o item 15.8.3.3.3 da NBR-6118:2014, é prescrito:

"Pode ser empregado apenas no cálculo de pilares com  $\lambda \le 90$ , com seção retangular constante e armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo. A não linearidade geométrica deve ser considerada de forma aproximada, supondo-se que a deformação da barra seja senoidal. A não linearidade física deve ser considerada através de uma expressão aproximada da rigidez." (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 109).

A partir do exposto, Scadelai (2004) propõe o sequinte equacionamento:

$$M_{d,tot} = \frac{5.M_1 - \kappa_2 + \sqrt{\kappa_2^2 + 10.M_1.(2.h.N_d - \kappa_2) + 25.M_1^2}}{10}$$
 Equação 19

$$M_{1}=lpha_{b}.M_{1d,A}$$
 Equação 20

$$\kappa_2 = \kappa_1 . h. N_d$$
 Equação 21

$$\kappa_1 = 1 - \frac{\lambda^2}{3840}$$
 Equação 22

#### 2.1.7 Determinação das armaduras

De posse dos esforços totais, é possível calcular as armaduras dos pilares utilizando ábacos. Tais ábacos, segundo Pinheiro, Baraldi e Porem (2009) são de fácil utilização e fornecem boa precisão nos dimensionamentos propostos, sendo obtidos por meio da resolução das equações de equilíbrio, por meios computacionais, utilizando de condições de contorno como o tipo de aço, distribuição das armaduras e suas distâncias relativas às bordas da seção. Para utilização desses ábacos, faz-se necessária a consideração de adimensionais que estão relacionados ao momento fletor (em ambas as direções do plano cartesiano) e também ao esforço normal atuantes no elemento, além de considerar a relação da distância do centro de gravidade das armaduras até a borda da seção dividida pela altura relativa à direção do plano cartesiano em que se está realizando a análise.

#### 2.1.8 Equacionamento e elaboração dos ábacos de flexão composta

Para o presente trabalho, são utilizados ábacos que consideram seções retangulares submetidas tanto a flexão composta normal quanto a flexão composta oblíqua. A Figura 11, a seguir, ilustra uma seção submetida à flexão composta oblíqua, considerando diagramas de deformação nos materiais (aço e concreto),

estando as barras distribuídas ao longo do contorno da seção em posições previamente fixadas:

Figura 11 - Seção retangular submetida à flexão composta oblíqua

Fonte: Pinheiro, Baraldi e Porem (2009).

No estado limite último, devem ser obedecidas as condições de equilíbrio e compatibilidade de deformações. Dessa forma Pinheiro, Baraldi e Porem (2009) expõem que os esforços solicitantes de cálculo devem ser equilibrados pelos esforços resistentes, sendo as equações de equilíbrio:

$$N_{d} = \iint_{Acc} \sigma_{cd} dx dy + \sum_{i=1}^{n} A_{si} \sigma_{sid}$$
 Equação 23

$$M_{xd} = N_d.e_x = \iint_{Acc} \sigma_{cd}.xdxdy + \sum_{i=1}^n A_{si}\sigma_{sid}x_{si}$$
 Equação 24

$$M_{xd} = N_d.e_y = \iint_{Acc} \sigma_{cd}.ydxdy + \sum_{i=1}^n A_{si}\sigma_{sid}y_{si}$$
 Equação 25

#### Em que:

- $A_{cc}$  é a área da seção de concreto comprimido;
- n é o número de barras de aço;
- $A_{si}$  é a área da seção transversal da barra genérica i;
- $\sigma_{sid}$  é a tensão na barra genérica i;
- X é a abscissa do elemento infinitesimal de área dx.dy;
- Y é a ordenada do elemento infinitesimal de área dx.dy;
- x<sub>si</sub> é a abscissa da barra genérica i;
- $y_{si}$  é a ordenada da barra genérica i.

Ainda segundo Pinheiro, Baraldi e Porem (2009), essas equações podem ser expressas em termos adimensionais com o emprego dos esforços reduzidos  $\nu$  (apresentada pela Equação 16),  $\mu_x$ ,  $\mu_y$  e da taxa mecânica de armadura  $\omega$ , dados por:

$$\mu_{x} = \frac{M_{xd}}{A_{c} \cdot f_{cd} \cdot h_{x}} = \frac{v \cdot e_{x}}{h_{x}}$$
 Equação 26

$$\mu_{y} = \frac{M_{yd}}{A_{c}.f_{cd}.h_{y}} = \frac{v.e_{y}}{h_{y}}$$
 Equação 27

$$\omega = \frac{A_s.f_{yd}}{A_c.f_{cd}}$$
 Equação 28

Nesse contexto  $A_c = h_x \cdot h_y$  (área de concreto da seção) e  $A_s$  representa a área de aço total na seção. As equações anteriores levam em consideração sua dedução para flexão composta oblíqua. Para consideração da flexão composta normal devese levar em conta apenas momento fletor em uma direção do plano cartesiano (x ou y) e proceder de forma similar para determinação dos adimensionais.

As condições de compatibilidade, dadas pelas equações 23, 24 e 25, segundo Pinheiro, Baraldi e Porem (2009) são decorrentes de manutenção da forma plana da

seção transversal e dos domínios de deformação, relativos aos estados limites últimos, de acordo com a ABNT NBR 6118:2014, sendo indicados na Figura 12.

Figura 12 - Domínios de deformação

Fonte: Pinheiro, Baraldi e Porem (2009).

Ao se conhecer as deformações  $\epsilon_{si}$  nas barras, as tensões podem ser obtidas no diagrama tensão *versus* deformação, relativo ao aço utilizado.

A partir das exposições feitas anteriormente e algumas restrições como o tipo de aço, distribuição das armaduras e suas distâncias relativas às bordas da seção, adotam-se alguns arranjos da armadura junto aos quais são atribuídos pares v, μ e, dessa forma, pode-se obter a taxa mecânica do aço correspondente ao arranjo préestabelecido e adimensionais. Segundo Venturini e Rodrigues (1987), dessa forma são obtidos os pontos para taxas mecânicas usuais em peças de concreto armado, para qualquer que seja a posição do eixo neutro da seção. Para geração dos pontos dos ábacos de dimensionamento, podem utilizados programas computacionais.

#### 2.1.9 Obtenção da Área de Aço

A partir da determinação dos adimensionais e relações explicitadas anteriormente, é possível determinar, nos ábacos, a taxa mecânica de armadura e, por fim, determinar a área de aço por meio da Equação 28.

#### 2.1.10 Comprimento dos arranques no topo do pilar

Em situações onde o pilar dimensionado poderá ter continuação, como em um edifício de vários pavimentos, deve-se especificar o comprimento que as esperas, ou arranques, necessitam ter para garantir a continuidade da estrutura. Dessa forma, Silva Junior (2018) define que a ancoragem é um comprimento da barra de armadura que, ao ser imerso no concreto, consegue transferir os esforços atuantes no aço para o concreto. Tem-se, portanto, que o comprimento de ancoragem depende de diversos fatores, como rugosidade e posição da barra de armadura, diâmetro da barra, resistência do concreto, entre outros.

A NBR-6118:2014 define, em seu item 9.3.1, situações chamadas de "boa aderência" e "má aderência". Dentre as situações de "boa aderência" explicitadas pela norma, destaca-se a de situação de barras posicionadas com inclinação maior que 45º sobre a horizontal. Sendo assim, as armaduras longitudinais dispostas na vertical encontram-se em situação de boa aderência.

Dessa forma, a NBR-6118:2014, no item 9.4.2.3 define o comprimento básico de arranque (I<sub>b</sub>) necessário para a armadura por meio da equação a seguir:

$$l_b = rac{\phi l.f_{yd}}{4.f_{bd}} \ge 25\phi$$
 Equação 29

#### Em que:

- øl é o diâmetro da barra longitudinal;
- f<sub>yd</sub> é a tensão de escoamento de cálculo do aço;
- f<sub>bd</sub> é a resistência de aderência definida pela equação 30 a seguir.

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 f_{ctd}$$
 Equação 30

#### Em que:

- η são parâmetros indicados na sequência;
- f<sub>ctd</sub> é a resistência à tração do concreto definida pela equação 31 na sequência.

O fator  $\eta_1$  é um parâmetro que considera a rugosidade da barra de aço, sendo:

- $\eta_1 = 1,0$  para barras lisas;
- $\eta_1 = 1,4$  para barras entalhadas;
- $\eta_1 = 2,25$  para barras nervuradas.

O parâmetro  $\eta_2$  leva em consideração a posição da barra no elemento dimensionado, sendo:

- η<sub>2</sub> = 1,0 para situações de boa aderência;
- $\eta_2 = 0.7$  para situações de má aderência.

Ainda, o parâmetro  $\eta_3$  considera o diâmetro da barra, sendo:

- $\eta_3 = 1.0 \text{ para } \phi < 32 \text{mm};$
- η = (132-φ)/100, para φ≥32mm, com φ em milímetros.

Por fim, a resistência à tração do concreto é definida por:

$$f_{ctd} = \frac{0.21}{\kappa} \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$$
 Equação 31

Em que:

- γ<sub>c</sub> é coeficiente para minoração da resistência do concreto;
- f<sub>ck</sub> é a resistência característica à compressão do concreto (MPa).

#### 2.1.10.1 Emendas das barras

De acordo com o item 9.5.1 da NBR-6118:2014 as emendas em barras podem ser divididas basicamente quatro categorias, sendo elas:

- por traspasse;
- por luvas com preenchimento metálico, rosqueadas ou prensadas;
- por solda;
- por outros dispositivos devidamente justificados.

Silva Junior (2018) observa que o tipo de emenda mais usualmente aplicado é o de emenda por traspasse, principalmente em obras com sistema estrutural

concreto armado moldado no local da obra. Dessa forma, a partir da definição do item 9.5.2 da NBR-6118:2014, emendas por traspasse não são permitidas para barras com diâmetro maior que 32 milímetros.

O item 9.5.2.1 da NBR-6118:2014 considera como na mesma seção transversal as emendas que se superpõe ou cujas extremidades estejam afastadas de menos que 20% do trecho de traspasse. Ainda, quando existirem barras de diferentes diâmetros, deve-se calcular o comprimento de traspasse a partir da barra de maior diâmetro. A Figura 13 a seguir demonstra a consideração de emendas em uma mesma seção transversal.

 $\ell_{01} > \ell_{02}$   $< 0.2 \ell_{01}$  a  $\ell_{02}$ 

Figura 13 - Emendas supostas na mesma seção transversal

Fonte: Bastos (2015).

O item 9.5.2.2 da NBR-6118:2014 define o comprimento de traspasse para barras tracionadas, quando a distância livre entre as barras emendadas estiver entre 0 e 4 \( \phi \)l, como sendo:

$$l_{0t} = \alpha_{0t} l_{b,nec} \ge l_{0t,min}$$
 Equação 32

#### Em que:

- I<sub>0t,min</sub>, é o maior valor entre 0,3 α<sub>0t</sub>.lb, 15φl e 200 mm;
- α<sub>0t</sub> é coeficiente em função da porcentagem de barras emendadas na mesma seção, conforme a Figura 14.

Figura 14 - Tabela para definição de coeficiente em função da porcentagem de barras emendadas

Tabela 9.4 – Valores do coeficiente  $\alpha_{0t}$ 

Barras emendadas na mesma seção %	≤ 20	25	33	50	> 50
Valores de $\alpha_{0t}$	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0

Fonte: Tabela 9.4 da NBR 6118:2014.

Cabe ainda ressaltar que a NBR 6118:2014 preconiza que, quando a distância livre entre barras emendadas for maior do que 4 øl, deve-se somar a distância livre entre as barras emendadas ao valor calculado pela equação 32.

A NBR-6118:2014, no item 9.5.2.3, traz que, para barras comprimidas, o comprimento do traspasse deve obedecer a seguinte relação:

$$l_{0c} = l_{b,nec} \ge l_{0c,min}$$
 Equação 33

#### Em que:

- I<sub>b,nec</sub>, para barras sem gancho, de acordo com o item 9.4.2.5 da NBR-6118:2014, tem valor igual a I<sub>b</sub> definido no item 2.1.10 do presente trabalho;
- I<sub>0c.mín</sub> é o maior valor entre 0,6 lb, 15φ e 200 milímetros.

#### 2.2 Programação aplicada à engenharia civil

Conforme Rezende e Silva (2005), nos últimos anos, muitos métodos, técnicas e ferramentas foram disponibilizados para auxiliar no desenvolvimento de *softwares* e, segundo Albertini (2005), esses *softwares* tornam os projetos mais ágeis e confiáveis.

Desenvolver um software ou programar significa criar uma série de instruções que serão processadas pelo computador em uma determinada sequência, fazendo com que este execute o trabalho braçal em pouquíssimo tempo. Porém, os computadores são apenas uma ferramenta, sendo necessário, portanto, dizer qual a tarefa que deve ser executada por ele, por isso cabe ao Engenheiro conhecer e

fornecer os dados corretos para determinado programa. Essa comunicação entre o humano e a máquina leva o nome de linguagem de programação, afirma Programação Progressiva ([2012]).

Conforme Lewis e Moscovitz (2010), a *web* tem evoluído de forma rápida para *sites* cada vez mais complexos. Dentro disso, surgem os navegadores modernos que utilizam linguagens de programação para o desenvolvimento das páginas *web* que possibilitam a união de diversos conteúdos e funções de forma cada vez mais flexível e confiável.

De acordo com Escola de Programação e Tecnologia para Jovens (2016), a programação consiste em uma sequência de comandos, determinados pelo programador, dados a um computador, cuja aplicação traz um resultado, tratando-se de uma relação de causa e efeito, atendendo, ao final, a diversas finalidades.

Um exemplo de linguagem de programação utilizada no presente trabalho, é a linguagem HMTL, que, segundo define Eis (2011), é a linguagem base da internet e é baseada em marcações de elementos para mostrar quais informações uma página web exibe, por exemplo títulos de sites, tabelas e parágrafos. Como complemento desta linguagem, ainda é possível utilizar a linguagem CSS, a qual se baseia na estilização dos elementos escritos em HTML, sendo basicamente uma forma de melhorar a representação visual de uma página web.

Por fim, ainda no presente trabalho destaca-se a importância da linguagem JavaScript, a qual possibilita a manipulação e união das outras duas linguagens citadas, permitindo a criação de algoritmos de cálculo, utilizados no dimensionamento proposto. A escolha das linguagens é justificada por sua simplicidade e poder de processamento, ambos melhorando o desempenho de uma página *web*.

#### 2.3 Programação aplicada ao dimensionamento de pilares de concreto armado

A aplicação de ferramentas computacionais à Construção Civil tem avançado muito nos últimos anos, com a publicação de diversas pesquisas dos mais variados níveis. No campo da análise do dimensionamento, podem ser encontrados *softwares* desenvolvidos de forma semelhante ao do presente trabalho e ser feita uma

comparação a fim de apresentar de forma mais clara o diferencial do software proposto.

Smaniotto (2005), em seu trabalho, fez um estudo para o dimensionamento e detalhamento automático de pilares retangulares submetidos à flexão composta oblíqua, com índice de esbeltez limitado a 90, seguindo as prescrições da NBR 6118:2003. O autor desenvolveu um *software* que utiliza o método do "Pilar-padrão com rigidez κ aproximada" para a obtenção dos efeitos de segunda ordem local. O trabalho desenvolvido teve grande foco na otimização e automação do processo de dimensionamento de pilares de concreto, envolvendo a programação das envoltórias de resistência, que são apresentadas ao usuário após o processo de dimensionamento, dispensando a utilização de ábacos externos de interação. Além do dimensionamento automático, com teste do arranjo de armaduras inserido pelo usuário, o *software* também apresenta ao final um resumo de todos os resultados obtidos e também um desenho da seção transversal dimensionada. O autor não menciona sobre a disponibilização do software desenvolvido em *Visual Basic 6.0*.

O trabalho de Gabineski (2010) visa a apresentar a criação de um programa computacional para o projeto de pilares de concreto armado, seguindo as recomendações da NBR 6118:2007. Os métodos utilizados pelo autor para consideração dos efeitos locais de segunda ordem foram o "Pilar-padrão com curvatura aproximada" e "Pilar-padrão com rigidez κ aproximada", limitando o índice de esbeltez ao valor de 90. O processo de dimensionamento envolve a determinação dos esforços resistentes do pilar, fazendo para isso a consideração de um processo numérico interativo que não necessita de uma inserção inicial de arranjo de armaduras por parte do usuário. Dessa forma o programa de Gabineski (2010) determina automaticamente o arranjo de armaduras por meio de testes em um processo interativo, retornando para o usuário, ao final do processo, o detalhamento do pilar e relatórios com resumo dos principais parâmetros calculados. De forma semelhante a Smaniotto (2005), o autor não menciona a disponibilização do software, que também foi desenvolvido em *Visual Basic*.

Ribeiro (2011) tratou sobre a criação de diagramas e tabelas para verificação de pilares retangulares de concreto armado submetidos à flexão composta normal. O autor baseou-se na norma NBR 6118:2007. Foi adotado o Método Geral para obtenção dos efeitos de segunda ordem local, no entanto, o autor limitou o índice de esbeltez em 90. Dessa forma, o resultado final do trabalho de Ribeiro (2011) são

diagramas que representam uma atualização dos ábacos disponíveis em bibliografias mais antigas, servindo como base para o dimensionamento de pilares. Os diagramas e tabelas desenvolvidos pelo autor são disponibilizados no próprio trabalho.

O trabalho de Colombo, Assis e Bittencourt (2011) apresenta uma ferramenta didática desenvolvida para o dimensionamento e detalhamento de pilares de concreto armado. Dessa forma, o *software* foi desenvolvido para avaliar os efeitos de segunda ordem local pelos mesmos métodos descritos no presente trabalho nos itens 2.1.6.1.1 e 2.1.6.1.2, no entanto, o *software* aplica métodos numéricos para determinação da envoltória resistente, eliminando a necessidade da utilização de ábacos externos para determinação da armadura a ser utilizada no elemento. O arranjo de armaduras deve ser escolhido pelo usuário e é verificado quanto às prescrições da NBR 6118:2003. O *software* desenvolvido pelos autores apresenta um resumo dos resultados obtidos pelo programa, mas sem a possibilidade de obter um relatório detalhado com todos os cálculos. Por fim, os autores apresentam a possibilidade de utilização do aplicativo em navegadores da *web* e fornecem um *link* pelo qual seria feita a disponibilização do aplicativo, no entanto este link encontra-se inativo.

Sander e Kimura (2013) apresentam um software, chamado P-Calc, capaz de resolver numericamente o problema de flexão composta oblíqua e explora todos os métodos que a NBR 6118:2007 recomenda para avaliação dos efeitos locais de segunda ordem em pilares. O programa desenvolvido pelos autores também apresenta o diferencial de determinar a envoltória resistente do elemento calculado, além de permitir seções diferentes como retangular vazada e circular. O funcionamento do software é baseado na inserção da seção transversal, comprimento, armadura, dados do concreto e esforços solicitantes do pilar em análise, retornando ao usuário os diagramas de interação e verificação quanto ao Estado Limite Último, dispensando a utilização de ábacos externos. No entanto, o software não tem a proposta de verificar o arranjo de armaduras escolhido pelo usuário quanto às exigências da normativa e ao final do processo de dimensionamento, apresenta um relatório com o resumo dos resultados encontrados, detalhando apenas algumas etapas do processo de cálculo. Os autores citam em seu trabalho que o software foi desenvolvido com base no Projeto de Revisão da ABNT NBR 6118:2007, no entanto não fica claro se foram realizadas atualizações posteriores à publicação da NBR 6118:2014. Atualmente o P-Calc encontra-se com disponibilização gratuita pela TQS informática e, para utilização do software, o usuário deve obrigatoriamente efetuar sua instalação no computador.

Durigan e Portela (2017) apresentam o desenvolvimento de um *software* para o sistema operacional *mobile Android*, analisando esforços e deslocamentos em pórticos planos, dimensionamento e detalhamento de lajes maciças, vigas contínuas e pilares de concreto armado, levando em consideração a NBR 6118:2014. No módulo destinado aos pilares, o aplicativo retorna aos usuários o diagrama de interação entre momento fletor e força normal, levando em consideração um arranjo de armaduras previamente inserido, dispensando a utilização de ábacos externos. No tocante à consideração dos efeitos de segunda ordem, é feita a utilização apenas do método do "Pilar-padrão com Curvatura Aproximada", o que limita a aplicação para pilares com índice de esbeltez máximo de 90. Ao final do processo de dimensionamento de todos os elementos, o aplicativo retorna um relatório com o resumo das principais etapas do dimensionamento, mas sem grande detalhamento do processo de cálculo. Os autores não citam sobre a disponibilização do *software*, no entanto apresentam ao final do trabalho o código de toda a programação utilizada, possibilitando a replicação dos algoritmos.

A partir do exposto, é possível verificar alguns diferenciais no *software* proposto pelo presente trabalho, como o relatório detalhado do processo de dimensionamento, visto que, nos trabalhos citados anteriormente, o relatório de cálculo retornado ao usuário é bastante resumido ou inexistente, dificultando o acompanhamento completo do processo. Além disso, o *software* proposto também se atenta às verificações da ABNT NBR 6118:2014, versão mais atualizada da norma, que estabelece os parâmetros para os dimensionamentos de pilares de concreto armado, tanto para o processo de obtenção dos esforços totais atuantes, quanto para a verificação armadura inserida pelo usuário.

#### 3 METODOLOGIA

A seguir, é descrita a metodologia para desenvolvimento do software do presente trabalho.

O software desenvolvido teve sua concepção de forma a ser disponibilizado on-line, portanto, fornecendo dimensionamento, verificações normativas de pilares em concreto armado e relatório contendo o memorial de cálculo, utilizando linguagens compatíveis com a web.

Para a criação da interface de acesso para o usuário, foram utilizadas as linguagens HTML com estilização pela linguagem CSS. A estilização foi feita com auxílio da biblioteca de código aberto Bootstrap. A interface desenvolvida e já publicada no endereço <a href="http://vtp.ifsp.edu.br/nev/Armadura-pilar/index.html">http://vtp.ifsp.edu.br/nev/Armadura-pilar/index.html</a> mostra diversas abas com informações específicas a serem inseridas pelo usuário sobre o pilar a ser dimensionado. A Figura 15 a seguir ilustra as diversas abas disponíveis ao usuário em sua utilização do *software*. Nessas abas, o usuário deve inserir diversos dados pertinentes ao dimensionamento. Os dados a serem inseridos se dividem nas abas de "GEOMETRIA DO ELEMENTO", "PROPRIEDADES CONCRETO E AÇO", "ESFORÇOS SOLICITANTES" e "CÁLCULO FINAL".

Home Dimensionamento de Pilares GEOMETRIA DO ELEMENTO PROPRIEDADES CONCRETO E AÇO **ESFORÇOS SOLICITANTES** CÁLCULO FINAL hx (cm) 20 d'x (cm) 4 Lex (cm) 280 hy (cm) 50 d'y (cm) 4 Ley (cm) 280

Figura 15 – Parte da aba "GEOMETRIA DO ELEMENTO" do software

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

O processo de dimensionamento teve sua programação feita em linguagem Javascript. Esse processo leva em consideração diversas equações e múltiplos fatores lógicos, descritos na revisão bibliográfica, como: as verificações das dimensões mínimas e verificações em relação às armaduras explicitadas de acordo com a NBR-6118:2014; os efeitos locais de segunda ordem que são aplicados ao elemento de forma a refinar o dimensionamento e ainda alguns outros fatores determinantes para cálculo. São adotados no presente trabalho dois métodos que levam em consideração o pilar-padrão, sendo o método do Pilar-padrão com curvatura aproximada, definido item 2.1.6.1.1 do presente trabalho, e método do Pilar-padrão com rigidez κ aproximada, definido no item 2.1.6.1.2 do presente trabalho. Esta análise com o pilar-padrão é aplicável apenas a pilares com seção transversal e armadura constante em todo o comprimento do pilar.

A lógica de dimensionamento aplicada pode ser vista no fluxograma a seguir.

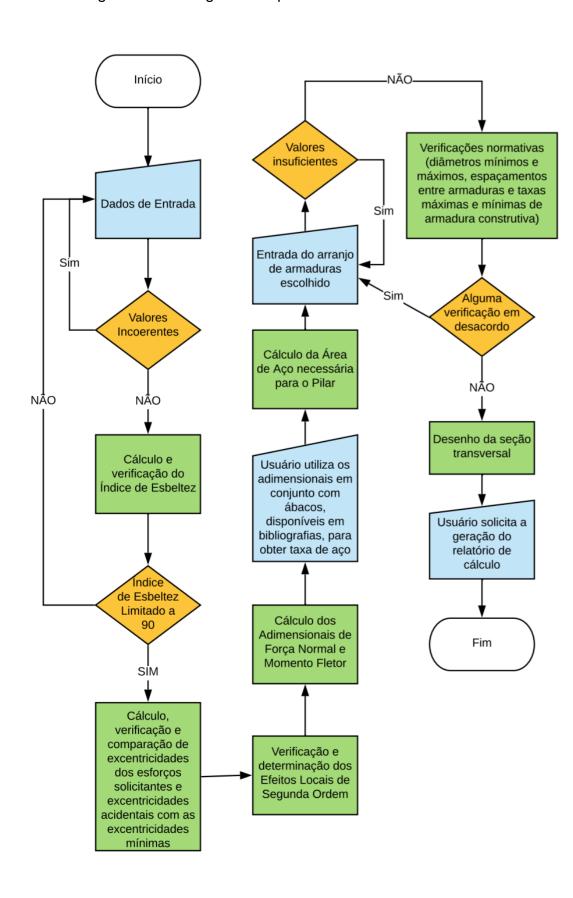


Figura 16 - Fluxograma do processo de dimensionamento

A sequência de cálculo foi desenvolvida para abranger três situações da ABNT NBR 6118:2014, sendo que tais situações descrevem um pilar bi apoiado sem cargas transversais significativas, um pilar bi apoiado com cargas transversais significativas ou ainda um pilar em balanço. Em todos os três casos, o cálculo se processa de maneira semelhante, representado pela Figura 16, partindo desde a entrada de dados até a obtenção dos adimensionais necessários para utilização dos ábacos de flexão composta.

Após obtidos os adimensionais, o usuário poderá fazer a utilização dos ábacos de flexão composta disponibilizados para download ao clicar nos botões mostrados na figura 17. Vale ressaltar a importância da escolha correta dos ábacos, seja de Flexão Composta Reta ou de Flexão Composta Oblíqua, levando em consideração também o caso de flexão composta adequado aos esforços solicitantes inseridos pelo usuário.

GEOMETRIA DO ELEMENTO PROPRIEDADES CONCRETO E AÇO ESFORÇOS SOLICITANTES CÁLCULO FINAL Método de análise da Pilar-Padrão com Curvatura Aproximada Segunda Ordem Local Calcular v, ux, uy d'/hx = 0.20d'/hy = 0.08v = 0.80 $\mu x$ ,topo = 0.08 μ\ d'/hx = 0.20d'/hy = 0.08v = 0.80 $\mu x$ , meio = 0.14 μŊ d'/hy = 0.08d'/hx = 0.20v = 0.80 $\mu x$ , base = 0.08 Fonte: Venturini e Rodrigues - Dimensionamento de peças retangulares de concreto armado solicitadas à flexão reta (1987). Disponível em: http://www.set.eesc.usp.br/mdidatico/concreto/Textos/ 23%20Abacos%20flexao%20normal%20-%20Venturini%20-%20Walter.pdf - Acesso em 06/01/2021 Abrir Ábaco Flexão Composta Oblíqua Fonte: Pinheiro, Baraldi e Porem - Ábacos para flexão oblíqua (2009). Disponível em http://www.set.eesc.usp.br/mdidatico/concreto/Textos/ 24%20Abacos%20flexao%20obliqua.pdf - Acesso em 06/01/2021

Figura 17 - Parte da Aba "CÁLCULO FINAL"

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Posteriormente, é realizado o cálculo da área de armadura necessária. Dentre os cálculos realizados, notou-se grande importância na obtenção dos efeitos locais de segunda ordem, que foram feitos por meio de dois métodos descritos

anteriormente, aplicáveis dentro do intervalo de esbeltez (λ) analisado, que vai, no máximo, até 90.

As verificações das armaduras comerciais seguem todo o direcionamento fornecido pela NBR 6118:2014. Tais verificações têm seu início com a escolha da quantidade e diâmetro de barras de aço a partir do valor de armadura calculado anteriormente, terminando com um aviso, indicando se as armaduras estão de acordo com as imposições da norma.

A partir da metodologia explicitada, foi feito o desenvolvimento do *software*, seguindo uma rotina sequencial de programação e cálculos que, ao final, podem ser impressos, em formato PDF, servindo como uma documentação de projeto ou ainda como uma ferramenta para estudo do dimensionamento por alunos e profissionais de Engenharia Civil.

Ao se analisar os fluxogramas apresentados, é possível observar que existem situações nas quais os dados inseridos pelo usuário podem apresentar valores incoerentes ou insuficientes se tratando da abrangência do *software*, dimensões do elemento ou ainda das verificações normativas impostas. Adiante serão apresentados os critérios utilizados em cada uma das situações citadas anteriormente, demonstrando as mensagens mostradas ao usuário, sendo essas divididas em avisos de "Erro" que param o dimensionamento ou apenas avisos de "ATENÇÃO" que exigem análise do projetista.

#### a) Dimensões mínimas do pilar

As dimensões do pilar devem ser inseridas pelo usuário na interface do software. Visto isso, seguindo o descrito no item 2.1.4 do presente trabalho, quando inserida uma dimensão inferior a 19 centímetros, mantendo a área mínima de seção transversal de 360 cm², o software retorna uma mensagem de aviso, mostrada na Figura 18, em relação ao coeficiente que irá multiplicar os esforços de cálculo em função da dimensão inserida. Quando não respeitadas as condições mínimas da normativa, o programa retorna uma mensagem de erro, mostrada nas Figuras 19 e 20, informando da não conformidade dos dados inseridos, devendo o usuário adequar a situação de projeto inserida.

Figura 18 - Aviso sobre coeficiente em função das dimensões

# Essa página diz ATENÇÃO: Os valores de cálculo dos esforços serão multiplicados por fator adicional, isso deve-se ao fato de que uma das dimensões do pilar é inferior a 19cm. OK

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 19 - Erro mostrado ao usuário ao não respeitar área mínima de seção transversal

Essa página diz

Erro: Área mínima da seção transversal deve ser igual a 360cm². O valor atual é de 280.00 cm².

ОК

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Figura 20 - Erro mostrado ao usuário ao não respeitar dimensão mínima absoluta da seção transversal

#### Essa página diz

Erro: Dimensão mínima da seção transversal em x não respeitada. O mínimo permitido pela normativa é de 14cm.

ОК

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

#### b) Índice de esbeltez

Como explicitado anteriormente, o *software* proposto pelo presente trabalho possui determinação dos efeitos locais de segunda ordem por métodos aproximados e que possuem limitação de esbeltez no valor de 90. Devido a isso, em uma

eventual situação que o usuário insira um elemento com características em desacordo com essa esbeltez, o programa irá retornar uma mensagem de erro ao usuário, mostrada pela Figura 21, cabendo ao mesmo adequar as dimensões de projeto do pilar inserido para continuar a utilizar o programa.

Figura 21 - Mensagem de aviso quanto a esbeltez fora do limite

#### Essa página diz

Erro: Este programa verifica pilares com esbeltez máxima de 90, esbeltez na direção x está acima do limite. O valor atual de  $\lambda x$  é 138.4 .

ОК

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

#### c) Inserção do arranjo de barras

Após todo o dimensionamento e cálculo da área de aço necessária para o pilar, é necessário que o usuário entre com o arranjo de barras de acordo com o ábaco consultado e, em seguida, o programa realizará as verificações normativas pertinentes a esse arranjo.

A primeira coisa à qual o usuário deve atentar-se é o número de barras inseridas. Visto isso, tem-se como exigência construtiva o mínimo de quatro barras (uma para cada vértice da seção formada com o estribo); caso não respeitada essa condição o programa retorna uma mensagem de erro, mostrada pela Figura 22.

Figura 22 - Aviso quanto ao número mínimo de barras

#### Essa página diz

Erro: o número mínimo de barras de aço na seção deve ser 4 por questões construtivas. Corrija o arranjo.

ОК

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Além disso, o programa desenvolvido tem como base os ábacos de flexão composta que levam em consideração arranjos simétricos e, portanto, necessita de um arranjo com número par de barras de aço para distribuição simétrica nas faces da seção transversal; caso escolhido um número ímpar de barras, o programa irá avisar o usuário para substituir o arranjo, como mostrado pela Figura 23.

Figura 23 - Aviso em relação à simetria das barras

#### Essa página diz

Erro: O número total de barras deve ser par, pois as barras serão distribuídas simetricamente! Corrija o arranjo.

ОК

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Por último, ao inserir o arranjo de barras no *software*, o usuário será alertado caso escolha uma área de projeto menor do que a calculada, ficando a critério do projetista uma nova escolha de arranjo. O alerta é ilustrado pela Figura 24.

Figura 24 - Aviso para área de projeto inferior à calculada

#### Essa página diz

ATENÇÃO: Área de aço de projeto menor que área de aço calculada. Recomenda-se revisar o arranjo de armaduras adotado.

OK

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

#### d) Diâmetros mínimo e máximo da armadura longitudinal

De acordo com o que foi citado no item 2.1.5.1 do presente trabalho, a armadura longitudinal deve respeitar uma imposição da normativa para o diâmetro

mínimo e o diâmetro máximo utilizado para armadura longitudinal em pilares. Visto isso, o diâmetro longitudinal escolhido e pelo usuário deve ser no mínimo igual a 10mm e menor que b/8, sendo b a menor dimensão do pilar. O programa já não possui a opção para seleção de diâmetros menores que 10mm e, no caso de o usuário inserir um diâmetro que não respeite a normativa, o programa retorna um aviso de erro, devendo o usuário adequar a armadura escolhida. O aviso mostrado ao usuário é ilustrado pela Figura 25.

Figura 25 - Aviso mostrado quando inserido diâmetro da armadura longitudinal maior que o permitido

#### Essa página diz

Erro: Diâmetro da armadura longitudinal maior que o permitido pela norma. O diâmetro máximo permitido neste caso é de 25 mm. Corrija os valores.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

#### e) Área mínima de aço

O software foi programado seguindo o direcionamento descrito no item 2.1.5.2 para a área mínima de aço a ser utilizada no elemento. Visto isso, tem-se que, ao inserir uma área de aço inferior à mínima, será mostrado um código de erro ao usuário, que pode ser visto na Figura 26.

Figura 26 - Aviso quanto à área mínima de aço

## Essa página diz Erro: Área de Projeto menor que a área mínima de aço permitida. A área mínima permitida, de acordo com a norma, nesse caso, é 4.00 cm². Corrija os valores.

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

#### f) Área máxima de aço

De acordo com o explicitado no item 2.1.5.3 do presente trabalho, a armadura máxima permitida em um pilar é 8% da área de concreto. Quando o usuário insere um arranjo que ultrapasse esse valor, será mostrado um aviso de erro, que é ilustrado pela Figura 27.

Figura 27 - Aviso de erro mostrado ao usuário em relação à área máxima de aço

Essa página diz

Erro: Área de Projeto maior que a área máxima de aço permitida, nesse caso a área máxima é de 80.00 cm². Corrija os valores.

OK

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Em regiões de emenda de armadura longitudinal, a área máxima permitida pela normativa continua sendo a mesma. Devido a isso, o programa considera a emenda de duas barras, trazendo uma taxa máxima de armadura de 4% da área de concreto para verificar a possibilidade de se realizar emendas na armadura. Caso essa taxa não seja respeitada, o usuário é avisado, como ilustrado na Figura 28, cabendo ao projetista decidir se deverá ou não prosseguir com o arranjo inserido.

Figura 28 - Aviso quanto às emendas na armadura longitudinal do pilar

#### Essa página diz

ATENÇÃO: A área de projeto adotada não permite a realização de emendas caso todas sejam feitas na mesma seção. Recomenda-se revisar a área de projeto ou a realização de emendas alternadas ao longo do elemento. Caso sejam realizadas todas as emendas em uma mesma seção a área de aço seria de 100.00 cm² (2 x 50.00, porque, na emenda, são 2 barras na mesma seção), sendo maior que a área máxima permitida de 80.00 cm² (0,08 x Ac). OBS: O usuário deve atentar-se para a definição de "mesma seção" dada pela NBR 6118:2014 no item 9.5.2.1.

OK

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

g) Espaçamentos entre barras da armadura longitudinal

O software segue o direcionamento do item 18.4.2.2 da ABNT NBR 6118:2014 para o espaçamento mínimo entre faces das barras da armadura longitudinal que preconiza esse espaçamento não devendo ser inferior a:

- 2 centímetros;
- Diâmetro da barra de armadura longitudinal;
- 1,2 vez a dimensão máxima característica do agregado graúdo.

Quando o arranjo inserido não respeita essa condição de espaçamento livre, é mostrado um erro ao usuário, que deverá adequar o arranjo de armaduras. O aviso é ilustrado pela Figura 29.

Figura 29 - Aviso quanto ao espaçamento livre entre faces de barras de aço

#### Essa página diz

Erro: Espaçamento livre entre as barras é menor que o permitido pela norma. O espaçamento livre atual é de 1.21 cm, sendo necessário, nesse caso, o mínimo de 2.00 cm. Corrija o arranjo.

ОК

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

De acordo com o mesmo item pela normativa, o espaçamento máximo entre eixos das barras longitudinais de armadura deve ser inferior a duas vezes a menor dimensão do pilar, não podendo superar o valor de 40 centímetros. Em uma situação que o usuário insere um arranjo que não respeita essa condição, é mostrado o erro ilustrado pela Figura 30.

Figura 30 - Aviso quanto ao espaçamento entre eixos das barras de armadura

#### Essa página diz

Erro: Espaçamento entre os eixos das barras é maior que o permitido pela norma. O espaçamento entre eixos atual é de 42.00 cm, admite-se, nesse caso, o máximo de 40.00 cm. Corrija o arranjo.

ОК

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

#### h) Centro de gravidade das armaduras

Uma das informações iniciais a serem inseridas pelo usuário é o centro de gravidade das armaduras nas duas direções do plano em que se insere a seção transversal do elemento (d'x e d'y). A informação do centro de gravidade é importante para a utilização dos ábacos de flexão composta, sendo determinantes

para se estabelecer uma relação com a altura da seção, direcionando a escolha do ábaco adequado. Após inserido o arranjo de armadura longitudinal, ao ser verificado o centro de gravidade real das armaduras longitudinais, caso este encontre-se com valor superior ao adotado pelo usuário, será mostrada uma mensagem de aviso para que o usuário fique ciente da situação e analise criteriosamente a necessidade de adequação do arranjo escolhido, a Figura 31 ilustra a mensagem mostrada ao usuário.

Figura 31 - Aviso quanto ao centro de gravidade das armaduras

#### Essa página diz

ATENÇÃO: O centro de gravidade das armaduras calculado (d'x,proj=4.13 cm) é maior que o valor adotado na direção x (d'x=4 cm), resultando numa relação d'x,proj/hx de 0.21. Verifique se este valor é atendido pelo ábaco escolhido.

ОК

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

#### i) Proteção contra flambagem das armaduras longitudinais

De acordo com o item 2.1.5.5 do presente trabalho, a proteção contra flambagem das armaduras longitudinais também é verificada pelo *software* e, caso existam barras desprotegidas, é dado um aviso ao usuário para que se atente à necessidade da colocação de estribos suplementares. A Figura 32 ilustra a mensagem mostrada ao usuário.

Figura 32 - Aviso quanto à necessidade de estribos suplementares

#### Essa página diz

Atenção: Pelo arranjo escolhido haverá necessidade de colocar estribos suplementares para proteção da armadura longitudinal contra a flambagem! Esses estribos já estão desenhados no detalhamento.

ок

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

#### **4 RESULTADOS E DISCUSSÕES**

A seguir é descrito o roteiro de utilização do programa e mostrado um exemplo completo de dimensionamento feito com o programa desenvolvido, também sendo apresentados outros resultados nos apêndices A e B. O *software* desenvolvido está hospedado no endereço <a href="http://vtp.ifsp.edu.br/nev/Armadura-pilar/index.html">http://vtp.ifsp.edu.br/nev/Armadura-pilar/index.html</a>, dentro do site criado pelo grupo de pesquisa Núcleo de Engenharia Virtual e Experiental – NEVE de origem do IFSP Campus Votuporanga – SP.

Foram realizados diversos testes do *software*, comparando com exemplos resolvidos, como os propostos por Bastos (2015), possibilitando a análise de que os resultados obtidos são amplamente satisfatórios e com diferenças mínimas devido aos critérios de aproximação decimal utilizados pela bibliografia.

### 4.1 ROTEIRO DE UTILIZAÇÃO E APLICAÇÃO DE EXEMPLO DE PILAR BIAPOIADO

Considere-se o exemplo de um pilar biapoiado sem cargas transversais significativas, e os parâmetros propostos por Fusco (1981 APUD BASTOS, 2015), mostrados nas figuras 34, 35, 36 e 37.

Ao iniciar o *software*, a primeira aba mostrada ao usuário é a aba "Home" (Figura 33). Nesta aba encontram-se algumas informações gerais sobre o programa desenvolvido, tais como normativa pertinente, intervalo de esbeltez permitido e possibilidade de gerar relatório de cálculo.

Figura 33 - Aba "Home"



Home Dimensionamento de Pilares

IFSP - ENGENHARIA CIVIL

ORIENTAÇÃO - PROF. GUSTAVO CABRELLI NIRSCHL E PROF. DOMÍCIO MOREIRA DA SILVA JÚNIOR

DISCENTE - Leonardo Gutierres Lobo

DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS LONGITUDINAIS EM PILARES DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDOS À FLEXO-COMPRESSÃO

O presente site tem como objetivo estudar o comportamento dos pilares por meio de um software capaz de determinar as armaduras dos mesmos, necessitando de ábacos de responsabilidade do usuário. Para facilitação do acesso, o software foi desenvolvido em HTML/Javascript. Cabe ressaltar que o mesmo, além de determinar as armaduras, gera um relatório em PDF, com todas as etapas do dimensionamento, na intenção de funcionar como ferramenta de ensino-aprendizagem. Cabe ressaltar que o software desenvolvido segue as direções da NBR 6118:2014 e permite o cálculo de pilares com esbeltez máxima de 90.

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Para ser iniciado o dimensionamento de um pilar, basta selecionar a aba "Dimensionamento de Pilares". Ao selecionar para dimensionar um pilar, serão mostradas as abas pertinentes ao dimensionamento, iniciando-se pela aba "GEOMETRIA DO ELEMENTO" (Figura 34). Nessa aba, o usuário deve inserir informações pertinentes ao comprimento do elemento e à sua seção transversal, respeitando a convenção de sinais mostrada na página.

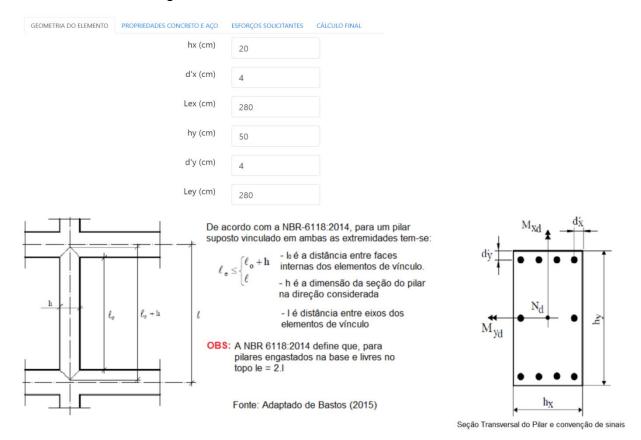


Figura 34 - Aba "GEOMETRIA DO ELEMENTO"

Para prosseguir com a inserção de dados, o usuário deve selecionar a aba "PROPRIEDADES CONCRETO E AÇO" (Figura 35), na qual devem ser inseridos dados pertinentes ao ambiente em que se insere o elemento e dos materiais de composição do elemento.

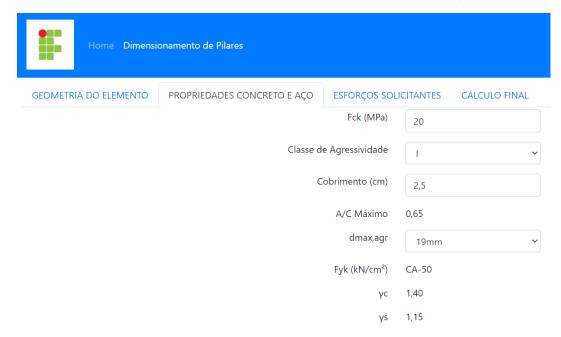


Figura 35 - Aba "PROPRIEDADES CONCRETO E AÇO"

O próximo passo é selecionar a aba "ESFORÇOS SOLICITANTES" (Figura 36), na qual o usuário deverá inserir a situação de projeto à qual se enquadra o elemento a ser dimensionado, bem como os esforços atuantes no mesmo. Dessa maneira, o usuário deve selecionar uma dentre as três situações de projeto abrangidas pela ABNT NBR 6118:2014. Após a escolha da situação de projeto, o usuário deve, portanto, inserir as informações da força normal de compressão e momentos fletores atuantes no elemento.

PROPRIEDADES CONCRETO E AÇO CÁLCULO FINAL GEOMETRIA DO ELEMENTO ESFORÇOS SOLICITANTES A NBR-6118:2014 traz, nos itens 15.6 e 15.7.4, que em estruturas de nós móveis e nós fixos, pode-se considerar cada pilar comprimido de forma isolada, sendo esses elementos definidos como barra vinculada nas extremidades aos demais elementos, onde são aplicados os esforços de 1ª ordem (estruturas de nós móveis) ou 2ª ordem global (estruturas de nós móveis. A imagem a seguir ilustra a situação para considerar um pilar biapoiado. OBS: A forma dos diagramas apresentados é meramente ilustrativa. Nd  $M_{1d,B}$ Nd base Fonte: Adaptado de Bastos (2015) Situação de Projeto Pilar biapoiado sem cargas transversais M1d,base,x (kN\*cm) -2041 M1d.topo.x (kN\*cm) 2041 M1d,base,y (kN\*cm) <u>-1726</u> M1d,topo,y (kN\*cm) 1726 Nd (kN) -1148

Figura 36 - Aba "ESFORÇOS SOLICITANTES"

Como último passo, o usuário deverá selecionar a aba "CÁLCULO FINAL" (Figura 37), na qual deverá escolher o método de cálculo dos efeitos de segunda ordem local, calcular os valores dos adimensionais para consultar os ábacos, efetuar a consulta aos ábacos e inserir a taxa mecânica de armadura. Após isso o usuário poderá calcular a área de aço necessária e escolher o arranjo de armaduras, com a área de aço de projeto do arranjo escolhido se atualizando a cada mudança no arranjo. Após a inserção de todos os dados, o usuário poderá executar as verificações normativas, mostrar o desenho da seção transversal do elemento dimensionado e gerar um relatório final de cálculo em PDF caso o arranjo escolhido esteja em acordo com todas as verificações da normativa.

Figura 37 - Aba "CÁLCULO FINAL"

GEOMETRIA DO ELEMENTO	PROPRIEDADES CONCRETO E AÇO	ESFORÇOS SOLICITANTES	CÁLCULO FINAL	
	Método de análise da Segunda Ordem Local	Pilar-Padrão com Curvatura Aproximada 🔻		
		Calcular v, ux, uy		
d'/hx = 0.20	d'/hy = 0.08	ν = 0.80	μx,topo = 0.08	μy,topo = 0.05
d'/hx = 0.20	d'/hy = 0.08	v = 0.80	$\mu$ x,meio = 0.14	$\mu$ y,meio = 0.05
d'/hx = 0.20	d'/hy = 0.08	v = 0.80	μx,base = 0.08	μy,base = 0.05
	Abı	rir Ábaco Flexão Composta Ret	ca Common Com	
	Fonte: Ventu	rini e Rodrigues - Dimensiona	mento de	
		ulares de concreto armado so	licitadas à	
		987). Disponível em:	rata/Taytas/	
		et.eesc.usp.br/mdidatico/conc os%20flexao%20normal%20-	reto/ rextos/	
		i%20-%20Walter.pdf - Acesso	em	
	06/01/2021			
	Abrir	Ábaco Flexão Composta Oblíc	gua	
	Fonte: Pinheiro, Baraldi e Porem - Ábacos para flexão			
	oblíqua (2009). Disponível em			
	http://www.set.eesc.usp.br/mdidatico/concreto/Textos/			
	24%20Abacos%20flexao%20obliqua.pdf - Acesso em			
	06/01/2021			
	Taxa Mecânio	ca de Aço (ω):		
	0,5			
		Calcular área do aço		
	Área do aço	(cm²): 16.43		
	Diâmetro das Barras	20.0		
	Longitudinais (mm)	20,0		
	Número total de Barras	8		
	Área de aço de projeto (cm²) =	25.20		
	Area de aço de projeto (cm ) =	23.20		
	Ex	ecutar Verificações Normativas	5	
	Seção Tans	sversal		

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

A seguir mostra-se o relatório PDF de cálculo elaborado pelo *software*, caso o usuário clique no botão "Abrir Relatório PDF".



NEV: Núcleo de Engenharia Virtual

SOFTWARE ON-LINE PARA DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS PILARES

RETANGULARES DE CONCRETO ARMADO

Autor: Leonardo Gutierres Lobo

Orientação: Prof. Domício Moreira da Silva Junior e Prof. Gustavo Cabrelli Nirschl

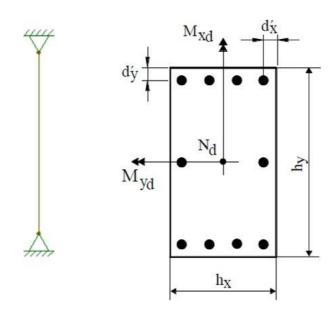
Tipo: Iniciação Científica e Trabalho de Conclusão de Curso

Curso: Engenharia Civil

Norma Regulamentadora ABNT NBR 6118:2014.

Data da versão original: 08/01/2021 Data da última atualização: 10/02/2021 Data da geração do relatório: 11/2/2021

#### DADOS DE ENTRADA



Aco CA-50 (fyk) =  $50 \text{ kN/cm}^2$ 

Comprimento equivalente em y (Ley) = 280 cm

Resist. do Concreto (fck) = 20 MPa = 2 kN/cm<sup>2</sup> Força Normal de Cálculo (Nd) = 1148kN

Cobrimento = 2.5 cm

Momento em torno de x na base (M1d,base,x) = -2041 kN.cm

Diâmetro máximo do agregado = 19 mm

Momento em torno de x no topo (M1d,topo,x) =2041 kN.cm

Altura da seção em x (hx) = 20 cm

Momento em torno de y na base (M1d,base,y) =

-1726 kN.cm

Comprimento equivalente em x (Lex) = 280 cm

Momento em torno de y no topo (M1d,topo,y) =

Altura da seção em y (hy) = 50 cm

1726 kN.cm

dy = 4cm

dx = 4cm

#### DIMENSIONAMENTO

Correção do valor dos Esforços de Cálculo em função das dimensões

O item 13.2.3 da NBR-6118:2014 impõe que "a seção transversal de pilares e pilares- parede maciços, qualquer que seja a sua forma, não pode apresentar dimensão menor que 19cm. Em casos especiais, permite- se a consideração de dimensões entre 19cm e 14cm, desde que se multipliquem os esforços solicitantes de cálculo a serem considerados no dimensionamento por um coeficiente adicional γn, de acordo com o indicado na Tabela 13.1 e na Seção 11. Em qualquer caso, não se permite pilar com seção transversal de área inferior a 360cm²". O valor do coeficiente pode ainda ser calculado pela expressão a seguir:

$$yn = 1,95 - 0,05 b$$

Vale ressaltar que o maior valor a ser adotado para o coeficiente γn é 1,25 (seções cuja menor dimensão é 14 cm) e o menor valor é 1 (seções cuja maior dimensão é maior ou igual a 19 cm).

Substituindo valores na equação tem-se:  $\gamma n = 1,95 - 0,05 * 20 = 0.95$  observando-se o intervalo para os coeficientes tem-se:

Observando-se o intervalo para os coeficientes tem-se:  $0.95 \le 1$ . Dessa forma: yn = 1.00

Deve-se então multiplicar os esforços de cálculo pelo fator yn calculado anteriormente, logo:

Força Normal de Cálculo (Nd) = 1148 kN

Momento em torno de x na base (M1d,base,x) = -2041.00 kN.cm

Momento em torno de x no topo (M1d,topo,x) = 2041.00 kN.cm

Momento em torno de y na base (M1d,base,y) = -1726.00 kN.cm

Momento em torno de y no topo (M1d,topo,y) = 1726.00 kN.cm

#### Determinação das resistências de cálculo

fyd = 
$$fyk/1,15 = 50 / 1,15$$
  
fyd =  $43,48 \, \text{kN/cm}^2$ 

## Determinação do Índice de esbeltez (λ)

$$\lambda_x = \frac{3,46.\ell_{ex}}{h_x} \qquad \qquad \lambda_y = \frac{3,46.\ell_{ey}}{h_y}$$

$$\lambda x = (3,46 * 280) / 20$$
  
 $\lambda x = 48.44$ 

$$\lambda y = (3,46 * 280) / 50$$
  
 $\lambda y = 19.38$ 

## Determinação da excentricidade acidental (ea)

Conforme item 11.3.3.4.2 da NBR-6118:2014, apenas a consideração da falta de retilineidade já é suficiente, desta forma:

$$e_a = \theta_1 \cdot \frac{\ell_e}{2}$$
 , sendo:  $\theta_l = \frac{1}{100\sqrt{\ell_e}}$  Com:  $\ell_e$  em metros

$$\theta$$
1,x = 1 / [100 \*  $\sqrt{280}$  / 100)]

$$\theta$$
1,x = 0.0060 rad

$$\theta$$
1,y = 1 / [100 \*  $\sqrt{280}$  / 100)]

$$\theta$$
1,y = 0.0060 rad

#### Verificação:

$$\theta_{1,\min} \le \theta_1 \le \theta_{1,\max}$$

$$\theta$$
1,min = 1 / 300 = 0,00333 rad

$$\theta$$
1,max = 1 / 200 = 0,005 rad

Ao se analizar o intervalo e os valores obtidos, tem-se:

$$\theta$$
1,x= 0.0060 rad > 0,005 rad

$$\theta$$
1,x = 0.0050rad

$$\theta$$
1,y= 0.0060 rad > 0,005 rad  $\theta$ 1,y = 0.0050 rad

Desta forma, tem-se:

$$ea_x = 0.70 cm$$

$$ea,y = 0.70 cm$$

### Determinação das excentricidades iniciais (ei)

#### - Excentricidade Inicial:

Para direção x - no topo e na base:

$$ei,x,topo = 1.78 cm$$

$$ei,x,base = M1dbase,x / Nd = -2041 / 1148$$

$$ei,x,base = -1.78 cm$$

Para direção x - meio do pilar:

$$ei,x,meio = 0,6*ei,x,max + 0,4*ei,x,min \ge 0,4*ei,x,max$$

ei,x,meio = 
$$0.6 * -1.78 + 0.4 * 1.78 \ge 0.4 * -1.78$$

$$ei,x,meio = 0.36 cm < 0.71 cm$$

Ao analizar o intervalo permitido, o valor da excentricidade inicial no centro do pilar (em módulo) para a direção "x" é:

```
ei,x,meio = 0.71 cm
```

Para direção y - no topo e na base:

```
ei,y,topo = M1dtopo,y / Nd = 1726 / 1148
ei,y,topo = 1.50 cm
ei,y,base = M1dbase,y / Nd = -1726 / 1148
ei,y,base = -1.50 cm
```

Para direção y - meio do pilar:

```
ei,y,meio = 0.6*ei,y,max + 0.4*ei,y,min \ge 0.4*ei,y,max ei,y,meio = 0.6* - 1.50 + 0.4* 1.50 \ge 0.4* - 1.50 ei,y,meio = 0.30 cm < 0.60 cm
```

Ao analizar o intervalo permitido, o valor da excentricidade inicial no centro do pilar (em módulo) para a direção "y" é:

```
ei,y,meio = 0.60 cm
```

#### Determinação do momento fletor mínimo de primeira ordem (M1d,min):

```
M1d,min = Nd * (1,5 + 0,03 * h)

M1d,min,x = Nd * (1,5 + 0,03 * hx) = 1148.00 * (1,5 + 0,03 * 20)

M1d,min,x = 2410.80 kN.cm

M1d,min,y = Nd * (1,5 + 0,03 * hy) = 1148.00 * (1,5 + 0,03 * 50)

M1d,min,y = 3444.00 kN.cm

- Transformando os momentos em excentricidades:
```

```
e1,min,x = M1d,min,x / Nd = 2410.80 / 1148.00
e1,min,x = 2.10 cm
e1,min,y = M1d,min,y / Nd = 3444.00 / 1148.00
e1,min,y = 3.00 cm
```

### Verificação quanto à excentricidade mínima:

```
-No topo do pilar (em módulo):
```

```
e1,topo,x = ei,x,topo + ea,x \ge e1,min,x
e1,topo,x = 1.78 + 0 \ge 2.10
e1,topo,x = 1.78 \le 2.10
```

Ao analizar o intervalo permitido, o valor da excentricidade de primeira ordem no topo do pilar (em módulo) para a direção "x" é:

```
e1,topo,x = 2.10 cm
```

e1,topo,y = ei,y,topo + ea,y ≥ e1,min,y

 $e1,topo,y = 1.50 + 0 \ge 3.00$ 

 $e1,topo,y = 1.50 \le 3.00$ 

Ao analizar o intervalo permitido, o valor da excentricidade de primeira ordem no topo do pilar (em módulo) para a direção "y" é:

e1,topo,y = 3.00 cm

-Na base do pilar (em módulo):

e1,base,x=ei,x,base+ea,x $\geq$ e1,min,x

 $e1,base,x = 1.78 + 0 \ge 2.10$ 

 $e1,base,x = 1.78 \le 2.10$ 

Ao analizar o intervalo permitido, o valor da excentricidade de primeira ordem na base do pilar (em módulo) para a direção "x" é:

e1,base,x = 2.10 cm

e1,base,y=ei,y,base+ea,y≥e1,min,y

 $e1,base,y = 1.50 + 0 \ge 3.00$ 

 $e1,base,y = 1.50 \le 3.00$ 

Ao analizar o intervalo permitido, o valor da excentricidade de primeira ordem na base do pilar (em módulo) para a direção "y" é:

e1,base,y = 3.00 cm

-No centro do pilar (em módulo):

e1,centro,x = ei,centro,x + ea,x  $\geq$  e1,min,x

 $e1,centro,x = 0.71 + 0.70 \ge 2.10$ 

 $e1,centro,x = 1.41 \le 2.10$ 

Ao analizar o intervalo permitido, o valor da excentricidade de primeira ordem no centro do pilar (em módulo) para a direção "x" é:

e1,centro,x = 2.10 cm

e1,centro,y = ei,centro,y + ea,y  $\geq$  e1,min,y

 $e1,centro,y = 0.60 + 0.70 \ge 3.00$ 

 $e1,centro,y = 1.30 \le 3.00$ 

Ao analizar o intervalo permitido, o valor da excentricidade de primeira ordem no centro do pilar (em módulo) para a direção "y" é:

e1,centro,y = 3.00 cm

## Determinação do Índice de esbeltez limite (λ1):

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12.5 \cdot \frac{e_1}{h}}{\alpha_1} \qquad \text{com 35 } \le \lambda_1 \le 90$$

- O valor de  $\alpha b$ , para pilares biapoiados sem cargas transversais, deve ser obtido conforme estabelecido a seguir:

$$\alpha_b = 0.60 + 0.4 \cdot \frac{M_B}{M_A} \ge 0.40$$
 Sendo:  $\checkmark$  1,0  $\ge \alpha_b \ge 0.40$ 

- Para a direção x:

$$1.0 \ge \alpha b.x = 0.6 + 0.4 * (MBx / MAx) \ge 0.4$$

$$1.0 \ge \alpha b, x = 0.6 + 0.4 * (2410.80 / 2410.80) \ge 0.4$$

$$1,0 \ge \alpha b, x = 1.00 \ge 0,4$$

Ao analizar o intervalo permitido, o valor de  $\alpha$ b para a direção "x" é:  $\alpha$ b, x = 1.00

Para a direção y:

$$1.0 \ge \alpha b, y = 0.6 + 0.4 * (MBy / MAy) \ge 0.4$$

$$1,0 \ge \alpha b,y = 0,6 + 0,4 * (3444.00 / 3444.00) \ge 0,4$$

$$1,0 \ge \alpha b, y = 1.00 \ge 0,4$$

Ao analizar o intervalo permitido, o valor de  $\alpha b$  para a direção "y" é:  $\alpha b$ , y = 1.00

Determinação de λ1,x:

$$\lambda 1, x = (25 + 12, 5 * (ei, x / hx)) / \alpha b, x$$

$$\lambda 1, x = (25 + 12,5 * (1.78 / 20)) / 1.00$$

$$\lambda 1, x = 26.11$$

Ao analizar o intervalo permitido ( $35 \le \lambda 1 \le 90$ ), o valor de  $\lambda 1$  para a direção "x" é:  $\lambda 1, x = 35.00$ 

Determinação de λ1,y:

$$\lambda 1, y = (25 + 12,5 * (ei, y / hy)) / \alpha b, y$$

$$\lambda 1, y = (25 + 12,5 * (1.50 / 50)) / 1.00$$

$$\lambda 1, y = 25.38$$

Ao analizar o intervalo permitido ( $35 \le \lambda 1 \le 90$ ), o valor de  $\lambda 1$  para a direção "y" é:  $\lambda 1, y = 35.00$ 

--Verificação da esbeltez limite:

 $\lambda x = 48.44 > \lambda 1, x = 35.00 --> Considerar efeitos locais de segunda ordem!$ 

 $\lambda y = 19.38 < \lambda 1, y = 35.00 --> Não considerar efeitos locais de segunda ordem!$ 

## Determinação do momento fletor total (Md,tot) pelo método do "Pilar padrão com curvatura aproximada":

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \frac{\ell_e^2}{10} \frac{1}{r} \ge \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,min} \end{cases}$$

Com: 
$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h.(v+0,5)} \le \frac{0,005}{h}$$
  $v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}}$ 

-Para a direção "x":

Cálculo da curvatura aproximada:

$$v = 1148 / (20 * 50 * 1.43) --> v = 0.80$$

$$(1/r), x = 0.005 / (20 * (0.80 + 0.5)) \le (0.005 / 20)$$

$$(1/r), x = 0.00019178 \le 0.00025000$$

Ao analizar o intervalo, define-se o valor da curvatura aproximada para a direção "x":

$$(1/r),x = 0.00019178 \text{ cm}^{-1}$$

Cálculo do momento fletor total:

$$Md$$
,tot,x = 1 \* 2410.8 + 1148 \* [(280<sup>2</sup>) / 10] \* 0.00019178  $Md$ ,tot,x = 4136.85 kN.cm

Transformando o momento em excentricidade:

-Para a direção "y":

Não considerar efeitos de segunda ordem local para a direção "y".

#### Determinação das armaduras (As):

- Determinação dos Adimensionais:

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \qquad \mu_x = v \cdot \frac{e_x}{h_x} \qquad \mu_y = v \cdot \frac{e_y}{h_y}$$

-Seção no TOPO do pilar:

$$v = 1148 / (20 * 50 * 1.43) --> v = 0.80$$

$$\mu$$
,x,topo = 0.80 \* (2.10 / 20) -->  $\mu$ ,x,topo = 0.08

$$\mu$$
,y,topo = 0.80 \* (3.00 / 50) -->  $\mu$ ,x,topo = 0.05

-Seção no MEIO do pilar:

$$v = 1148 / (20 * 50 * 1.43) --> v = 0.80$$

$$\mu$$
,x,meio = 0.80 \* (3.60 / 20) -->  $\mu$ ,x,meio = 0.14

$$\mu$$
,y,meio = 0.80 \* (3.00 / 50) -->  $\mu$ ,x,topo = 0.05

-Seção na BASE do pilar:

$$v = 1148 / (20 * 50 * 1.43) --> v = 0.80$$

$$\mu$$
,x,base = 0.80 \* (2.10 / 20) -->  $\mu$ ,x,base = 0.08

$$\mu$$
,y,base = 0.80 \* (3.00 / 50) -->  $\mu$ ,x,base = 0.05

-Relação d'/h:

$$d'x/hx = 4 / 20 --> d'x/hx = 0.20$$

$$d'y/hy = 4 / 50 --> d'y/hy = 0.08$$

Após os dados acima, o usuário, após acessar ábacos de dimensionamento, inseriu a seguinte taxa mecânica de armadura  $\omega$  = 0.5

-Cálculo da Área de Aço:

$$A_s = \frac{\omega . A_c . f_{cd}}{f_{vd}}$$

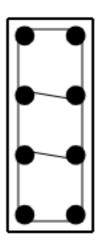
$$As = (0.5 * 20 * 50 * 1.43) / 43,48 --> As = 16.43 cm2$$

-TRANSFORMAÇÃO DE "As" EM BARRAS COMERCIAIS:

As, calc = 
$$16.43 \text{ cm}^2$$

As,proj = 25.2 cm² (O usuário inseriu 8ø20mm, sendo que o programa adotou 4 de cada lado, distribuídas ao longo da maior dimensão da seção).

## Seção Transversal



## VERIFICAÇÕES NORMATIVAS

### Verificação quanto ao diâmetro da armadura (18.4.2.1 NBR-6118:2014):

 $10mm \le \phi_{\ell} < \frac{b}{8}$ , sendo "b" a menor dimensão do pilar  $10mm \le 20.0mm < (200 / 8)$   $10mm \le 20.0mm < 25mm --> OK!$ 

### Verificação quanto à armadura mínima (17.3.5.3.1 NBR-6118:2014):

$$A_{s,min} = 0.15. \frac{N_d}{f_{sd}} \ge 0.004. A_c$$
  
As, min = 0.15 \* (1148 / 43,48)  $\ge 0.004$  \* (1000)  
As, min = 3.96 < 4.00

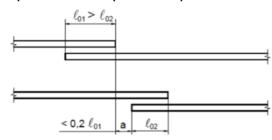
Ao analizar o intervalo, tem-se o valor de As,min:

As,min =  $4 \text{ cm}^2$ As,proj =  $25.2 \text{ cm}^2 > \text{As,min} = 4 \text{ cm}^2 --> \text{OK!}$ 

## Verificação quanto à armadura máxima (17.3.5.3.2 NBR-6118:2014):

```
As,max = 0,08 * Ac = 0,08 * 20 * 50
As,max = 80 cm<sup>2</sup>
As,proj = 25.2 cm<sup>2</sup> < As,max = 80 cm<sup>2</sup> --> OK!
```

O item 9.5.2.1 da NBR-6118:2014, considera como na mesma seção transversal as emendas que se superpões ou cujas extremidades estejam afastadas de menos que 20% do trecho de traspasse. A imagem a seguir representa o explicitado pela normativa:



Considerando que, nas emendas, a taxa de armadura não pode superar 0,08.Ac em uma mesma seção transversal, é possível estabelecer que As,max≤0,04.Ac (pois, na emenda, existem duas

barras sobrepostas), desta forma, é necessário verificar a taxa de armadura projetada:

$$\rho$$
,proj = As,proj/Ac = 25.2 / (20 \* 50) = 0.03  $\rho$ ,proj = 0.0252  $\leq$  0,04 --> Ok!

## Verificação quanto ao diâmetro mínimo da armadura transversal (øt,min) (17.3.5.3.2 NBR-6118:2014):

$$\phi_{t} \ge \begin{cases} 5,0mm \\ \phi_{t}/4 \end{cases}$$
øl / 4 = 2.0 / 4 = 5.00 mm

Ao analizar o intervalo e os diâmetros comerciais para barras de aço, tem-se o valor de  $\emptyset$ t,min = 5.00 mm

## Verificação quanto aos espaçamentos mínimos e máximos entre as barras da armadura longitudinal (18.4.2.2 NBR-6118:2014):

$$e_{\min,livre} \ge \begin{cases} 2cm \\ \phi_{\ell} \\ 1,2d_{\max} \end{cases}$$

$$\emptyset l = 2.0 \text{ cm}$$

$$1,2 * dmax, agregado = 1,2 * 1.9 = 2.28 \text{ cm}$$

Ao se analizar o intervalo, tem-se emin, livre = 2.28 cm

```
O espaçamento entre barras disponível (e,livre,disp) é: e,livre,disp = (h - 2c - 2øt - ((num,total,barras)/2) * øl) / [((num,total,barras)/2)-1] e,livre,disp = (50 - 2 * 2.5 - 2 * 0.5 - 4 * 2.0 / (4 - 1) e,livre,disp = 12.00 cm > emin,livre = 2.28 cm --> OK! e_{\text{max},eixos} \leq \begin{cases} 2b \\ 40cm \end{cases}
```

2 \* b = 2 \* 20 = 40 cm Ao se analizar o intervalo, tem-se emax, eixos = 40 cm

O espaçamento disponível entre eixos das barras (e,eixos,disp) é: e,eixos,disp = (h - 2c - 2øt - øl) / [((num,total,barras)/2)-1] e,eixos,disp = (50 - 2 \* 2.5 - 2 \* 0.5 - 2.0 / (4 - 1) e,eixos,disp = 14.00 cm < emax,eixos = 40 cm --> OK!

## Verificação ao espaçamento máximo da armadura transversal (Smax) (18.4.3 NBR-6118:2014):

$$s_{\text{max}} \leq \begin{cases} 20cm \\ b \\ 12\phi_{\ell} \end{cases}$$

$$b = 20 \text{ cm}$$

$$12 * \text{øl} = 12 * 2.0 = 24.00 \text{ cm}$$
Ao se analizar o intervalo, tem-se Smax = 20 cm

Portanto, adotar øt = 5mm a cada 20cm

## Verificação do CG das armaduras:

$$d'x,proj = c + \emptyset t + \emptyset l/2 = 2.5 + 0.5 + 2.0/2 = 2.50.51 cm$$

$$d'y,proj = c + \emptyset t + \emptyset l/2 = 2.5 + 0.5 + 2.0/2 = 2.50.51 cm$$

$$d'x = 4 \text{ cm} \ge d'x, \text{proj} = 2.50.51 \text{ cm} --> \text{OK!}$$

$$d'y = 4 \text{ cm} \ge d'y, \text{proj} = 2.50.51 \text{ cm} --> \text{OK!}$$

## Verificação quanto a proteção contra a flambagem das barras (18.4.3 NBR 6118:2014):

Cada estribo protege uma região de até 20.øt = 20 \* 0.5 = 10 cm.

A verificação pode ser feita comparando o espaço desprotegido com o e,livre, disp:

e,desprotegido = 25.00 cm > e,livre,disp = 12.00 cm -- > Deve ser feita a utilização de estribos suplementares para proteger a armadura longitudinal contra flambagem!

### Cálculo do comprimento dos arrangues no topo do pilar:

Este é uma passo necessário em situações onde o elemento poderá ter continuação, como em um edifício de vários pavimentos. Cabe ao projetista utilizar os arrangues da maneira correta!

$$\ell_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \ge 25\phi$$
  $f_{bd} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \cdot f_{cdd}$   $f_{cdd} = \frac{0.21}{\gamma_c} \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$ 

fctd = 
$$(0,21 / 1,4) * {}^{3}J(20^{2}) = 1.11 \text{ MPa}$$

Para a obtenção de fbd são sempre considerados barras nervuradas ( $\eta 1=2,25$ ) em boas condições de aderência ( $\eta 2=1$ )!

$$\eta$$
3 = 1 quando øl < 32mm; Quando øl  $\geq$  32mm,  $\eta$ 3 = (132-øl) / 100.

Para o presente caso, tem-se  $\eta$ 3 = 1.00

$$lb = (2.0 / 4) * (434,8 / 2.49 = 87.42 cm$$

Ao analizar o intervalo para o comprimento dos arrangues, tem-se:

$$lb = 87.42 cm$$

OBS: Por questões executivas, deve-se sempre adotar um valor para o lb múltiplo de 5 cm.

Após todas as verificações anteriores, tem- se que todas as verificações normativas foram atendidas!

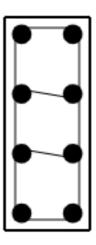
## Resumo de armadura e desenho da seção transversal:

#### Tamanho da seção transversal: 20 cm x 50 cm

Armadura Longitudinal = 25.2 cm<sup>2</sup> (8ø20mm, sendo 4 de cada lado, distribuídas ao longo da maior dimensão da seção).

Armadura Transversal, adotar øt = 5mm a cada 20cm. Considerar estribos suplementares conforme seção abaixo.

## Seção Transversal



#### Referências bibliográficas

Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro. Abnt. 2014. 256 p.

Bastos, P. S. S., Pilares de Concreto. Notas de Aula, Curso de Engenharia Civil, Universidade Estadual Paulista, Departamento de Engenharia Civil, Bauru, 2015.

Scadelai, M. A. Dimensionamento de Pilares de Acordo com a NBR 6118. Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Estruturas, 2004.

### **5 CONCLUSÃO**

O presente trabalho visou, como principal objetivo, à criação de um *software* para determinação de armaduras de pilares retangulares de concreto armado. A motivação deve-se ao fato do pouco contato que alunos de graduação em Engenharia Civil possuem com a programação de *softwares* e também ao grande avanço da informática dentro da área da construção civil e de dimensionamento de estruturas, exigindo um crescente interesse do engenheiro pela programação. O *software* desenvolvido tem seu embasamento nos dimensionamentos propostos pela ABNT NBR 6118:2014 e leva em consideração métodos baseados no pilar-padrão para obtenção dos esforços totais atuantes no elemento analisado.

Com a aplicação da base teórica e metodologia descritas, foi possível criar um *software* de interface intuitiva e agradável ao usuário. Dessa forma, o programa apresenta uma solução prática e de fácil acesso para o dimensionamento de pilares de concreto armado, produzindo um dimensionamento rápido e eficaz, além de garantir todos os critérios de segurança e confiabilidade segundo a norma brasileira.

Devido ao fato de o programa basear-se em um dimensionamento com ábacos, fica como sugestão para um trabalho futuro a obtenção computacional dos ábacos de flexo-compressão, diminuindo o número de dados a serem inseridos e verificados pelo usuário.

No campo acadêmico, o *software* fornece suporte aos estudantes da área de estruturas, permitindo o acompanhamento de todas as etapas do dimensionamento estrutural por meio de relatório de cálculo detalhado, incluindo detalhamento da seção transversal do pilar. Por fim, ressalta-se que *softwares* devem ser utilizados como ferramentas para otimizar o tempo de um engenheiro, cabendo a esse analisar os critérios utilizados pelo *software* bem como os resultados obtidos ao final de sua utilização.

#### **REFERÊNCIAS**

Albertini, M. M., **Automatização dos Processos de Dimensionamento de Elementos Estruturais em Concreto Armado**. 2005, 139 f. Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), Curso de Engenharia Civil, Universidade Camilo Castelo Branco, Fernandópolis, 2005.

Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). **NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro. Abnt. 2014. 256 p.

Bastos, P.S.S., **Pilares de Concreto**, Notas de Aula, Faculdade de Engenharia de Bauru. Departamento de Engenharia Civil, Universidade Estadual Paulista. Bauru, 2015.

Carvalho, R. C., Pinheiro, L.M., Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado, Editora Pini, Volume 2, São Paulo, 2013.

Colombo, A. B., Assis, W. S., Bittencourt, T. N., **Uma ferramenta didática para o dimensionamento e detalhamento de pilares de concreto armado**. Revista Ibracon de Estruturas e Materiais, [S.L], v. 4, n. 3, p. 481-500, ago. 2011.

Durigan, G., Portella, R. W., **Desenvolvimento de aplicativo para dimensionamento de elementos em concreto armado**. Trabalho de Conclusão de Curso. Departamento de Construção Civil – DACOC, Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR. Florianópolis, 2017. 218p.

Eis, D. **O Básico:** O que é HTML?, Tableless, 2011. Disponível em: https://tableless.com.br/o-que-html-basico/, acesso em: maio de 2019.

ESCOLA DE PROGRAMAÇÃO E TECNOLOGIA PARA JOVENS. **O que é Programação e qual a sua importância para o futuro digital?** 2016. Disponível em: https://idocode.com.br/blog/programacao/o-que-e-programacao/, acesso em: dezembro de 2019.

Gabineski, L. A. **Programa computacional para projeto de pilares de concreto armado segundo a NBR 6118:2007**. 2010. 66f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) — Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

Lewis, J. R.; Moscovitz, M. CSS avançado. São Paulo: Novatec, 2010. 413 p.

Pinheiro, L. M., Baraldi, L. T., Porem, M. E., **Estruturas de concreto:** ábacos para flexão oblíqua. Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 2009, 108p.

PROGRAMAÇÃO PROGRESSIVA. **Comece a programar:** O que é programação?, [2012]. Disponível em: http://www.programacaoprogressiva.net/2012/08/serie-comece-programar-2-o-que-e.html, acesso em: maio de 2019.

Rezende, A. M. P.; Silva, C. C., **Programação Orientada a Objetos com Java 6: Curso Universitário.** Rio de Janeiro: Editora Brasport, 2005, 492p.

Ribeiro, K., **Diagramas para verificação de pilares retangulares em concreto armado submetidos à flexão composta normal**. Dissertação de mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. Florianópolis, 2011. 308p.

Sander, D.C.J., Kimura, A. E., **Sistema computacional para análise não linear de pilares de concreto armado**. 55º Congresso Brasileiro do Concreto – CBC2013, ISSN 2175-818, Gramado – RS, Brasil, Outubro, 2013.

Scadelai, M. A., **Dimensionamento de Pilares de Acordo com a NBR 6118:2003**, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Estruturas, 2004. 136p.

Scadelai, M.A.; Pinheiro, L. M., **Estruturas de concreto:** Pilares. Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 2005, 32p.

SILVA JUNIOR, D. M. da, **Estruturas de Concreto I.** Curso de Engenharia Civil, 2018. 355p. Notas de Aula.

Smaniotto, A., **Dimensionamento e detalhamento automático de pilares retangulares submetidos à flexão composta oblíqua**. Dissertação de mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. Florianópolis, 2005. 242p.

Venturini, W. S.; Rodrigues, R. O., **Dimensionamento de peças retangulares de concreto armado solicitadas à flexão reta**. Ábacos de dimensionamento, Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 1987, 133p.

# APÊNDICE A – EXEMPLO PARA PILAR BIAPOIADO COM CARGAS TRANSVERSAIS

Como exemplo de dimensionamento para um pilar biapoiado com cargas transversais, segue um relatório gerado pelo programa.



NEV: Núcleo de Engenharia Virtual

SOFTWARE ON-LINE PARA DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS PILARES

RETANGULARES DE CONCRETO ARMADO

Autor: Leonardo Gutierres Lobo

Orientação: Prof. Domício Moreira da Silva Junior e Prof. Gustavo Cabrelli Nirschl

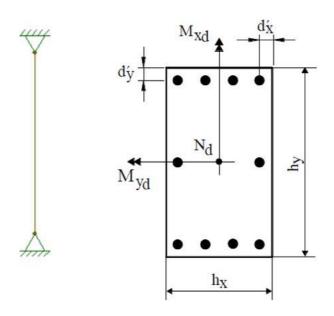
Tipo: Iniciação Científica e Trabalho de Conclusão de Curso

Curso: Engenharia Civil

Norma Regulamentadora ABNT NBR 6118:2014.

Data da versão original: 08/01/2021 Data da última atualização: 10/02/2021 Data da geração do relatório: 11/2/2021

#### DADOS DE ENTRADA



Aco CA-50 (fyk) =  $50 \text{ kN/cm}^2$ 

Comprimento equivalente em y (Ley) = 460 cm

Resist. do Concreto (fck) = 30 MPa = 3 kN/cm<sup>2</sup> Força Normal de Cálculo (Nd) = 2338kN

Cobrimento = 2.5 cm

Momento em torno de x na base (M1d,base,x) = -2332.5 kN.cm

Diâmetro máximo do agregado = 19 mm

Momento em torno de x no topo (M1d,topo,x) =2332.50 kN.cm

Altura da seção em x (hx) = 25 cm

Momento em torno de y na base (M1d,base,y) = 0 kN.cm

Comprimento equivalente em x (Lex) = 460 cm

Momento em torno de y no topo (M1d,topo,y) =

0 kN.cm

Altura da seção em y (hy) = 70 cm

dy = 4cm

dx = 4cm

#### DIMENSIONAMENTO

Correção do valor dos Esforços de Cálculo em função das dimensões

O item 13.2.3 da NBR-6118:2014 impõe que "a seção transversal de pilares e pilares- parede maciços, qualquer que seja a sua forma, não pode apresentar dimensão menor que 19cm. Em casos especiais, permite- se a consideração de dimensões entre 19cm e 14cm, desde que se multipliquem os esforços solicitantes de cálculo a serem considerados no dimensionamento por um coeficiente adicional γn, de acordo com o indicado na Tabela 13.1 e na Seção 11. Em qualquer caso, não se permite pilar com seção transversal de área inferior a 360cm²". O valor do coeficiente pode ainda ser calculado pela expressão a seguir:

$$yn = 1,95 - 0,05 b$$

Vale ressaltar que o maior valor a ser adotado para o coeficiente γn é 1,25 (seções cuja menor dimensão é 14 cm) e o menor valor é 1 (seções cuja maior dimensão é maior ou igual a 19 cm).

Substituindo valores na equação tem-se:  $\gamma n = 1,95 - 0,05 * 25 = 0.70$  observando-se o intervalo para os coeficientes tem-se:

Observando-se o intervalo para os coeficientes tem-se:  $0.70 \le 1$ . Dessa forma: yn = 1.00

Deve-se então multiplicar os esforços de cálculo pelo fator yn calculado anteriormente, logo:

Força Normal de Cálculo (Nd) = 2338 kN

Momento em torno de x na base (M1d,base,x) = -2332.50 kN.cm

Momento em torno de x no topo (M1d,topo,x) = 2332.50 kN.cm

Momento em torno de y na base (M1d,base,y) = 0.00 kN.cm

Momento em torno de y no topo (M1d,topo,y) = 0.00 kN.cm

#### Determinação das resistências de cálculo

fyd = 
$$fyk/1,15 = 50 / 1,15$$
  
fyd =  $43,48 \, \text{kN/cm}^2$ 

## Determinação do Índice de esbeltez (λ)

$$\lambda_x = \frac{3,46.\ell_{ex}}{h_x} \qquad \qquad \lambda_y = \frac{3,46.\ell_{ey}}{h_y}$$

$$\lambda x = (3,46 * 460) / 25$$
  
 $\lambda x = 63.66$ 

$$\lambda y = (3,46 * 460) / 70$$
  
 $\lambda y = 22.74$ 

## Determinação da excentricidade acidental (ea)

Conforme item 11.3.3.4.2 da NBR-6118:2014, apenas a consideração da falta de retilineidade já é suficiente, desta forma:

$$e_a = \theta_1 \cdot \frac{\ell_e}{2}$$
 , sendo:  $\theta_l = \frac{1}{100\sqrt{\ell_e}}$  Com:  $\ell_e$  em metros

$$\theta$$
1,x = 1 / [100 \*  $J$ (460 / 100)]  $\theta$ 1,x = 0.0047 rad

$$\theta$$
1,y = 1 / [100 \*  $J$ (460 / 100)]  $\theta$ 1,y = 0.0047 rad

## Verificação:

$$\theta_{1,\min} \le \theta_1 \le \theta_{1,\max}$$

Ao se analizar o intervalo e os valores obtidos, tem-se:

$$0,00333 \text{ rad} \le \theta 1, x = 0.0047 \text{ rad} \le 0,005 \text{ rad}$$

$$\theta_{1,x} = 0.0047 \text{ rad}$$

$$0,00333 \text{ rad} \le 01, y = 0.0047 \text{ rad} \le 0,005 \text{ rad}$$
  
 $01, y = 0.0047 \text{ rad}$ 

Desta forma, tem-se:

#### Determinação das excentricidades iniciais (ei)

- Excentricidade Inicial:

Para direção x - no topo e na base:

Para direção x - meio do pilar:

ei,x,meio = 
$$0.6 * ei,x,max + 0.4 * ei,x,min \ge 0.4 * ei,x,max$$
  
ei,x,meio =  $0.6 * -1.00 + 0.4 * 1.00 \ge 0.4 * -1.00$   
ei,x,meio =  $0.20 \text{ cm} < 0.40 \text{ cm}$ 

Ao analizar o intervalo permitido, o valor da excentricidade inicial no centro do pilar (em módulo) para a direção "x"é:

```
ei,x,meio = 0.40 cm
```

Para direção y - no topo e na base:

```
ei,y,topo = M1dtopo,y / Nd = 0 / 2338
ei,y,topo = 0.00 cm
ei,y,base = M1dbase,y / Nd = 0 / 2338
ei,y,base = 0.00 cm
```

Para direção y - meio do pilar:

```
ei,y,meio = 0.6*ei,y,max + 0.4*ei,y,min \ge 0.4*ei,y,max ei,y,meio = 0.6*0.00 + 0.4*0.00 \ge 0.4*0.00 ei,y,meio = 0.00 cm \ge 0.00 cm
```

Ao analizar o intervalo permitido, o valor da excentricidade inicial no centro do pilar (em módulo) para a direção "y" é:

```
ei,y,meio = 0.00 cm
```

e1,min,y = 3.60cm

#### Determinação do momento fletor mínimo de primeira ordem (M1d,min):

```
M1d,min,x = Nd * (1,5 + 0,03 * h)

M1d,min,x = Nd * (1,5 + 0,03 * hx) = 2338.00 * (1,5 + 0,03 * 25)

M1d,min,x = 5260.50 kN.cm

M1d,min,y = Nd * (1,5 + 0,03 * hy) = 2338.00 * (1,5 + 0,03 * 70)

M1d,min,y = 8416.80 kN.cm

- Transformando os momentos em excentricidades:

e1,min,x = M1d,min,x / Nd = 5260.50 / 2338.00

e1,min,x = 2.25 cm

e1,min,y = M1d,min,y / Nd = 8416.80 / 2338.00
```

#### Verificação quanto à excentricidade mínima:

```
-No topo do pilar (em módulo):

e1,topo,x = ei,x,topo + ea,x \ge e1,min,x

e1,topo,x = 1.00 + 0 \ge 2.25

e1,topo,x = 1.00 \le 2.25
```

Ao analizar o intervalo permitido, o valor da excentricidade de primeira ordem no topo do pilar (em módulo) para a direção "x" é:

```
e1,topo,x = 2.25 cm
```

$$e1$$
,topo,y =  $ei$ ,y,topo +  $ea$ ,y  $\geq e1$ ,min,y

$$e1,topo,y = 0.00 + 0 \ge 3.60$$

$$e1,topo,y = 0.00 \le 3.60$$

Ao analizar o intervalo permitido, o valor da excentricidade de primeira ordem no topo do pilar (em módulo) para a direção "y" é:

$$e1,topo,y = 3.60 cm$$

-Na base do pilar (em módulo):

e1,base,x=ei,x,base+ea,x
$$\geq$$
e1,min,x

$$e1,base,x = 1.00 + 0 \ge 2.25$$

$$e1,base,x = 1.00 \le 2.25$$

Ao analizar o intervalo permitido, o valor da excentricidade de primeira ordem na base do pilar (em módulo) para a direção "x" é:

$$e1,base,x = 2.25 cm$$

$$e1,base,y = 0.00 + 0 \ge 3.60$$

$$e1,base,y = 0.00 \le 3.60$$

Ao analizar o intervalo permitido, o valor da excentricidade de primeira ordem na base do pilar (em módulo) para a direção "y" é:

$$e1,base,y = 3.60 cm$$

-No centro do pilar (em módulo):

e1,centro,x = ei,centro,x + ea,x 
$$\geq$$
 e1,min,x

$$e1,centro,x = 0.40 + 1.07 \ge 2.25$$

$$e1,centro,x = 1.47 \le 2.25$$

Ao analizar o intervalo permitido, o valor da excentricidade de primeira ordem no centro do pilar (em módulo) para a direção "x" é:

$$e1,centro,x = 2.25 cm$$

e1,centro,y = ei,centro,y + ea,y  $\geq$  e1,min,y

$$e1,centro,y = 0.00 + 1.07 \ge 3.60$$

$$e1,centro,y = 1.07 \le 3.60$$

Ao analizar o intervalo permitido, o valor da excentricidade de primeira ordem no centro do pilar (em módulo) para a direção "y" é:

e1,centro,y = 3.60 cm

## Determinação do Índice de esbeltez limite (λ1):

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12, 5 \cdot \frac{e_1}{h}}{\alpha_1}$$
 com 35  $\leq \lambda_1 \leq 90$ 

- -O valor de αb, para pilares biapoiados com cargas transversais é sempre igual a 1.
- Determinação de λ1,x:

$$\lambda 1, x = (25 + 12,5 * (ei,x / hx)) / \alpha b, x$$

$$\lambda 1, x = (25 + 12,5 * (1.00 / 25)) / 1.00$$

$$\lambda 1, x = 25.50$$

Ao analizar o intervalo permitido (35  $\leq$   $\lambda$ 1  $\leq$  90), o valor de  $\lambda$ 1 para a direção "x" é:  $\lambda$ 1.x = 35.00

- Determinação de λ1,y:

$$\lambda 1, y = (25 + 12,5 * (ei, y / hy)) / \alpha b, y$$

$$\lambda 1, y = (25 + 12,5 * (0.00 / 70)) / 1.00$$

$$\lambda 1, y = 25.00$$

Ao analizar o intervalo permitido ( $35 \le \lambda 1 \le 90$ ), o valor de  $\lambda 1$  para a direção "y" é:  $\lambda 1, y = 35.00$ 

--Verificação da esbeltez limite:

 $\lambda x = 63.66 > \lambda 1, x = 35.00 -->$  Considerar efeitos locais de segunda ordem!

 $\lambda y = 22.74 < \lambda 1, y = 35.00 --> Não considerar efeitos locais de segunda ordem!$ 

## Determinação do momento fletor total (Md,tot) pelo método do "Pilar padrão com rigidez κ aproximada":

$$M_{d,tot} = \frac{5.M_1 - \kappa_2 + \sqrt{\kappa_2^2 + 10.M_1 \cdot (2.h.N_d - \kappa_2) + 25.M_1^2}}{10}$$

Em que: 
$$M_1 = \alpha_b . M_{1d,A}$$
  $\kappa_2 = \kappa_1 . h . N_d$   $\kappa_1 = 1 - \frac{\lambda^2}{3840}$ 

-Para a direção "x":

$$\kappa 1, x = 1 - (\lambda x^2 / 3840) = 1 - (63.66^2 / 3840) --> \kappa 1, x = -0.0555$$

$$\kappa 2, x = \kappa 1, x * hx * Nd = -0.0555 * 25 * 2338 --> \kappa 2, x = -3243.75$$

$$M1,x = \alpha b,x * M1d,A,x = 1.00 * 5260.50 --> M1,x = 5260.50 kN.cm$$

Cálculo do momento fletor total:

Md,tot,x = 
$$[5*5260.50 - 3243.75 + \int (-3243.75^2 + 10*5260.50*(2*25*2338 - 3243.75) + 25*5260.50^2)] / 10$$
  
Md,tot,x =  $11334.66$  kN.cm

Transformando o momento em excentricidade:

Não considerar efeitos de segunda ordem local para a direção "y".

#### Determinação das armaduras (As):

- Determinação dos Adimensionais:

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \qquad \mu_x = v \cdot \frac{e_x}{h_x} \qquad \mu_y = v \cdot \frac{e_y}{h_y}$$

-Seção no TOPO do pilar:

$$v = 2338 / (25 * 70 * 2.14) --> v = 0.62$$

$$\mu$$
,x,topo = 0.62 \* (2.25 / 25) -->  $\mu$ ,x,topo = 0.06

$$\mu$$
, y, topo = 0.62 \* (3.60 / 70) -->  $\mu$ , x, topo = 0.03

-Seção no MEIO do pilar:

$$v = 2338 / (25 * 70 * 2.14) --> v = 0.62$$

$$\mu$$
,x,meio = 0.62 \* (4.85 / 25) -->  $\mu$ ,x,meio = 0.12

$$\mu$$
,y,meio = 0.62 \* (3.60 / 70) -->  $\mu$ ,x,topo = 0.03

-Seção na BASE do pilar:

$$v = 2338 / (25 * 70 * 2.14) --> v = 0.62$$

$$\mu$$
,x,base = 0.62 \* (2.25 / 25) -->  $\mu$ ,x,base = 0.06

$$\mu$$
, y, base = 0.62 \* (3.60 / 70) -->  $\mu$ , x, base = 0.03

-Relação d'/h:

$$d'x/hx = 4 / 25 --> d'x/hx = 0.16$$

$$d'y/hy = 4 / 70 --> d'y/hy = 0.06$$

Após os dados acima, o usuário, após acessar ábacos de dimensionamento, inseriu a seguinte taxa mecânica de armadura  $\omega$  = 0.25

-Cálculo da Área de Aço:

$$A_s = \frac{\omega.A_c.f_{cd}}{f_{yd}}$$

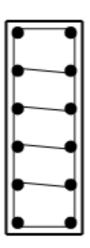
$$As = (0.25 * 25 * 70 * 2.14) / 43,48 --> As = 21.56 cm^{2}$$

-TRANSFORMAÇÃO DE "As" EM BARRAS COMERCIAIS:

As, calc = 21.56 cm<sup>2</sup>

As,proj = 24 cm² (O usuário inseriu 12ø16mm, sendo que o programa adotou 6 de cada lado, distribuídas ao longo da maior dimensão da seção).

## Seção Transversal



## VERIFICAÇÕES NORMATIVAS

## Verificação quanto ao diâmetro da armadura (18.4.2.1 NBR-6118:2014):

 $10mm \le \phi_t < \frac{b}{8}$ , sendo "b" a menor dimensão do pilar  $10mm \le 16.0mm < (250 / 8)$   $10mm \le 16.0mm < 31.25mm --> OK!$ 

## Verificação quanto à armadura mínima (17.3.5.3.1 NBR-6118:2014):

$$A_{s,min} = 0.15. \frac{N_d}{f_{yd}} \ge 0.004. A_c$$
  
As, min = 0.15 \* (2338 / 43,48)  $\ge 0.004$  \* (1750)  
As, min = 8.07  $\ge 7.00$ 

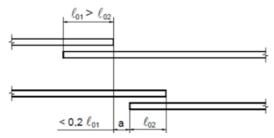
Ao analizar o intervalo, tem-se o valor de As,min:

 $As,min = 8.0661 cm^2$ 

 $As,proj = 24 cm^2 > As,min = 8.0661 cm^2 --> OK!$ 

## Verificação quanto à armadura máxima (17.3.5.3.2 NBR-6118:2014):

O item 9.5.2.1 da NBR-6118:2014, considera como na mesma secão transversal as emendas que se superpões ou cujas extremidades estejam afastadas de menos que 20% do trecho de traspasse. A imagem a seguir representa o explicitado pela normativa:



Considerando que, nas emendas, a taxa de armadura não pode superar 0,08.Ac em uma mesma seção transversal, é possível estabelecer que As,max≤0,04.Ac (pois, na emenda, existem duas barras sobrepostas), desta forma, é necessário verificar a taxa de armadura projetada:

$$\rho$$
,proj = As,proj/Ac = 24 / (25 \* 70) = 0.01  $\rho$ ,proj = 0.0137  $\leq$  0,04 --> Ok!

## Verificação quanto ao diâmetro mínimo da armadura transversal (øt,min) (17.3.5.3.2 NBR-6118:2014):

$$\phi_{t} \ge \begin{cases} 5,0mm \\ \phi_{t}/4 \end{cases}$$
øl / 4 = 1.6 / 4 = 4.00 mm

Ao analizar o intervalo e os diâmetros comerciais para barras de aço, tem-se o valor de øt, min:  $\emptyset$ t,min = 5.00 mm

## Verificação quanto aos espaçamentos mínimos e máximos entre as barras da armadura longitudinal (18.4.2.2 NBR-6118:2014):

$$e_{\min,livre} \ge \begin{cases} \phi_{\ell} \\ 1,2d_{\max} \end{cases}$$
  
 $\emptyset l = 1.6 \text{ cm}$   
 $1,2 * \text{dmax,agregado} = 1,2 * 1.9 = 2.28 \text{ cm}$   
Ao se analizar o intervalo, tem-se emin,livre = 2.28 cm

O espaçamento entre barras disponível (e,livre, disp) é:

e, livre, disp = 
$$(h - 2c - 2\phi t - ((num, total, barras)/2) * \phi l) / [((num, total, barras)/2)-1]$$

$$e_{\max,eixos} \le \begin{cases} 2b \\ 40cm \end{cases}$$

Ao se analizar o intervalo, tem-se emax, eixos = 40 cm

O espaçamento disponível entre eixos das barras (e,eixos,disp) é:

e,eixos,disp = 
$$(h - 2c - 2øt - øl) / [((num,total,barras)/2)-1]$$

e,eixos,disp = 12.48 cm < emax,eixos = 40 cm --> OK!

Verificação ao espaçamento máximo da armadura transversal (Smax) (18.4.3

#### NBR-6118:2014):

$$s_{\max} \le \begin{cases} 20cm \\ b \\ 12\phi_{\ell} \end{cases}$$

b = 25 cm

Portanto, adotar øt = 5mm a cada 19.20000000000003cm

#### Verificação do CG das armaduras:

$$d'x,proj = c + \emptyset t + \emptyset l/2 = 2.5 + 0.5 + 1.6/2 = 2.50.50.8$$
 cm

$$d'y$$
,  $proj = c + \emptyset t + \emptyset l/2 = 2.5 + 0.5 + 1.6/2 = 2.50.50.8 cm$ 

$$d'x = 4 \text{ cm} \ge d'x, \text{proj} = 2.50.50.8 \text{ cm} --> \text{OK!}$$

$$d'y = 4 \text{ cm} \ge d'y, \text{proj} = 2.50.50.8 \text{ cm} --> \text{OK!}$$

## Verificação quanto a proteção contra a flambagem das barras (18.4.3 NBR 6118:2014):

Cada estribo protege uma região de até 20.øt = 20 \* 0.5 = 10 cm.

A verificação pode ser feita comparando o espaço desprotegido com o e,livre,disp:

e,desprotegido = 45.00 cm > e,livre,disp = 10.88 cm -- > Deve ser feita a utilização de estribos suplementares para proteger a armadura longitudinal contra flambagem!

## Cálculo do comprimento dos arranques no topodo pilar:

Este é uma passo necessário em situações onde o elemento poderá ter continuação, como em um edifício de vários pavimentos. Cabe ao projetista utilizar os arranques da maneira correta!

$$\ell_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \ge 25\phi$$
  $f_{bd} = \eta_1 \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd}$   $f_{ctd} = \frac{0.21}{\gamma_c} \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$ 

fctd = 
$$(0.21 / 1.4) * {}^{3}J(30^{2}) = 1.45 \text{ MPa}$$

Para a obtenção de fbd são sempre considerados barras nervuradas ( $\eta 1=2,25$ ) em boas condições de aderência ( $\eta 2=1$ )!

$$\eta 3 = 1$$
 quando  $\emptyset l < 32$ mm; Quando  $\emptyset l \ge 32$ mm,  $\eta 3 = (132-\emptyset l) / 100$ .

Para o presente caso, tem-se  $\eta$ 3 = 1.00

$$lb = (1.6 / 4) * (434,8 / 3.26 = 53.37 cm$$

25\*øl = 25 \* 1.6 = 40 cm

Ao analizar o intervalo para o comprimento dos arranques, tem-se:

lb = 53.37 cm

OBS: Por questões executivas, deve-se sempre adotar um valor para o lb múltiplo de 5 cm.

Após todas as verificações anteriores, tem- se que todas as verificações normativas foram atendidas!

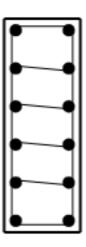
#### Resumo de armadura e desenho da seção transversal:

Tamanho da seção transversal: 25 cm x 70 cm

Armadura Longitudinal = 24 cm² (12ø16mm, sendo 6 de cada lado, distribuídas ao longo da maior dimensão da seção).

Armadura Transversal, adotar øt = 5mm a cada 19.200000000000000. Considerar estribos suplementares conforme seção abaixo.

## Seção Transversal



#### Referências bibliográficas

Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro. Abnt. 2014. 256 p.

Bastos, P. S. S., Pilares de Concreto. Notas de Aula, Curso de Engenharia Civil, Universidade Estadual Paulista, Departamento de Engenharia Civil, Bauru, 2015.

Scadelai, M. A. Dimensionamento de Pilares de Acordo com a NBR 6118. Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Estruturas, 2004.

## APÊNDICE B – EXEMPLO PARA PILAR EM BALANÇO

Como exemplo de dimensionamento para um pilar em balanço, segue um relatório gerado pelo programa.



NEV: Núcleo de Engenharia Virtual

SOFTWARE ON-LINE PARA DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS PILARES

RETANGULARES DE CONCRETO ARMADO

Autor: Leonardo Gutierres Lobo

Orientação: Prof. Domício Moreira da Silva Junior e Prof. Gustavo Cabrelli Nirschl

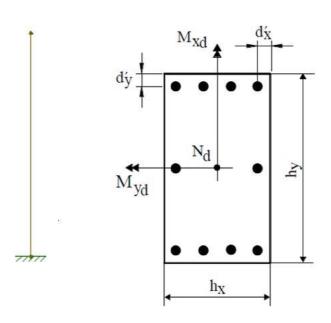
Tipo: Iniciação Científica e Trabalho de Conclusão de Curso

Curso: Engenharia Civil

Norma Regulamentadora ABNT NBR 6118:2014.

Data da versão original: 08/01/2021 Data da última atualização: 10/02/2021 Data da geração do relatório: 11/2/2021

#### DADOS DE ENTRADA



Aco CA-50 (fyk) = 50  $kN/cm^2$ 

Resist. do Concreto (fck) = 25 MPa = 2.5 kN/ cm<sup>2</sup>

Cobrimento = 2.5 cm

Diâmetro máximo do agregado = 19 mm

Altura da seção em x (hx) = 25 cm

dx = 4cm

Altura da seção em y (hy) = 70 cm

dy = 4cm

Comprimento equivalente em y (Ley) = 280 cm

Força Normal de Cálculo (Nd) = 2300kN

Momento em torno de x na base (M1d,base,x) = 2170 kN.cm

Momento em torno de y na base (M1d,base,y) = 0 kN.cm

OBS: O software desenvolvido considera o momento fletor atuante no centro do pilar em balanço como sendo metade do valor do Comprimento equivalente em x (Lex) = 280 cm momento fletor atuante no engaste. Recomenda-se ao usuário verificar se esta consideração satisfaz as condições da análise estrutural para correta utilização do software.

> Momento em torno de x no centro (M1d,centro,x) = 2170 / 2 = 1085 kN.cm

Momento em torno de y no centro

#### DIMENSIONAMENTO

### Correção do valor dos Esforços de Cálculo em função das dimensões

O item 13.2.3 da NBR-6118:2014 impõe que "a seção transversal de pilares e pilares- parede maciços, qualquer que seja a sua forma, não pode apresentar dimensão menor que 19cm. Em casos especiais, permite- se a consideração de dimensões entre 19cm e 14cm, desde que se multipliquem os esforços solicitantes de cálculo a serem considerados no dimensionamento por um coeficiente adicional γn, de acordo com o indicado na Tabela 13.1 e na Seção 11. Em qualquer caso, não se permite pilar com seção transversal de área inferior a 360cm²". O valor do coeficiente pode ainda ser calculado pela expressão a seguir:

$$yn = 1,95 - 0,05 b$$

Vale ressaltar que o maior valor a ser adotado para o coeficiente γn é 1,25 (seções cuja menor dimensão é 14 cm) e o menor valor é 1 (seções cuja maior dimensão é maior ou igual a 19 cm).

Substituindo valores na equação tem-se:  $\gamma n = 1,95 - 0,05 * 25 = 0.70$  observando-se o intervalo para os coeficientes tem-se:

Observando-se o intervalo para os coeficientes tem-se:  $0.70 \le 1$ . Dessa forma:  $\gamma n = 1.00$ 

Deve-se então multiplicar os esforços de cálculo pelo fator yn calculado anteriormente, logo:

Força Normal de Cálculo (Nd) = 2300 kN

Momento em torno de x na base (M1d,base,x) = 2170.00 kN.cm

Momento em torno de y na base (M1d,base,y) = 0.00 kN.cm

Momento em torno de x no centro (M1d,centro,x) = 1085.00 kN.cm

Momento em torno de y no centro (M1d,centro,y) = 0.00 kN.cm

## Determinação das resistências de cálculo

fcd = fck/1,4 = 
$$2.5/1,4$$
  
fcd =  $1.79 \text{ kN/cm}^2$ 

$$fyd = fyk/1,15 = 50 / 1,15$$
  
 $fyd = 43,48 kN/cm^2$ 

## Determinação do Índice de esbeltez (λ)

$$\lambda_x = \frac{3,46.\ell_{ex}}{h_x} \qquad \lambda_y = \frac{3,46.\ell_{ey}}{h_y}$$

$$\lambda x = (3,46 * 280) / 25$$

$$\lambda x = 38.75$$

$$\lambda y = (3,46 * 280) / 70$$
  
 $\lambda y = 13.84$ 

### Determinação da excentricidade acidental (ea)

Para pilares em balanço, deve- se fazer a consideração do desaprumo. Segundo a NBR6118:2014, o desaprumo é dado pela equação a seguir:

$$\mathbf{e}_{\mathbf{a}} = \mathbf{\theta}_{\mathbf{1}} \cdot \mathbf{\ell}$$
 , sendo:  $\mathbf{\theta}_{\mathbf{i}} = \frac{1}{100\sqrt{\ell}}$  Com:  $\mathbf{\ell}$  em metros

$$\theta_1 = \frac{1}{100\sqrt{\ell}}$$

$$\theta$$
1,x = 1 / [100 \*  $\int$ (140 / 100)]

$$\theta$$
1,x = 0.0085 rad

$$\theta$$
1,y = 1 / [100 \*  $\int$ (140 / 100)]

$$\theta$$
1,y = 0.0085 rad

#### Verificação:

$$\theta_{1,\min} \le \theta_1 \le \theta_{1,\max}$$

$$\theta$$
1,min = 1 / 300 = 0,00333 rad

$$\theta$$
1,max = 1 / 200 = 0,005 rad

Ao se analizar o intervalo e os valores obtidos, tem-se:

$$\theta$$
1,x= 0.0085 rad > 0,005 rad

$$\theta$$
1,x = 0.0050rad

$$\theta$$
1,y= 0.0085 rad > 0,005 rad

$$\theta$$
1,y = 0.0050 rad

Desta forma, tem-se:

No topo do pilar:

$$ea, x, topo = 0.0050 * (140)$$

$$ea,x,topo = 0.70cm$$

$$ea,y,topo = 0.0050*(140)$$

$$ea,y,topo = 0.70cm$$

No meio do pilar:

$$ea, x, meio = 0.0050 * (140 / 2)$$

$$ea,x,meio = 0.35cm$$

$$ea,y,meio = 0.0050*(140 / 2)$$

$$ea,y,meio = 0.35cm$$

## Determinação das excentricidades iniciais (ei)

- Excentricidade Inicial:

```
Para direção x - no topo e na base:

ei,x,topo = M1dtopo,x / Nd = 0 / 2300
ei,x,topo = 0 cm

ei,x,base = M1dbase,x / Nd = 2170 / 2300
ei,x,base = 0.94 cm

Para direção x - meio do pilar:

ei,x,centro = M1d,centro,x / Nd = 1085 / 2300
ei,x,centro = 0.47 cm

Para direção y - no topo e na base:

ei,y,topo = M1dtopo,y / Nd = 0 / 2300
ei,y,topo = 0 cm

ei,y,base = M1dbase,y / Nd = 0 / 2300
ei,y,base = 0.00 cm

Para direção y - meio do pilar:
```

ei, y, centro = M1d, centro, y / Nd = 0 / 2300

ei,y,centro = 0.00cm

### Determinação do momento fletor mínimo de primeira ordem (M1d,min):

```
M1d,min = Nd * (1,5 + 0,03 * h)

M1d,min,x = Nd * (1,5 + 0,03 * hx) = 2300.00 * (1,5 + 0,03 * 25)

M1d,min,x = 5175.00 kN.cm

M1d,min,y = Nd * (1,5 + 0,03 * hy) = 2300.00 * (1,5 + 0,03 * 70)

M1d,min,y = 8280.00 kN.cm
```

- Transformando os momentos em excentricidades:

```
e1,min,x = M1d,min,x / Nd = 5175.00 / 2300.00
e1,min,x = 2.25 cm
e1,min,y = M1d,min,y / Nd = 8280.00 / 2300.00
e1,min,y = 3.60 cm
```

- Antes de seguir para a determinação da excentricidade autante no pilar em balanço, deve- se primeiro obter o valor de  $\alpha b$ :
- -O valor de αb, para pilares em balanço, deve ser obtido conforme estabelecido a seguir:

$$0.85 \leq \alpha_b = 0.80 + 0.20. \frac{M_c}{M_A} \leq 1.00$$

- Para a direção x:

$$1.0 \ge \alpha b.x = 0.8 + 0.2 * (MCx / MAx) \ge 0.85$$

$$1.0 \ge \alpha b.x = 0.8 + 0.2 * (1085.00 / 2170.00) \ge 0.85$$

$$1,0 \ge \alpha b, x = 0.90 \ge 0.85$$

Ao analizar o intervalo permitido, o valor de  $\alpha b$  para a direção "x" é:  $\alpha b, x = 0.90$ 

- Para a direção y:

$$1.0 \ge \alpha b, y = 0.8 + 0.2 * (MCy / MAy) \ge 0.85$$

$$1,0 \ge \alpha b,y = 0,8 + 0,2 * (0.00 / 0.00) \ge 0,85$$

$$1,0 \ge \alpha b, y = 1.00 \ge 0.85$$

Ao analizar o intervalo permitido, o valor de  $\alpha b$  para a direção "y" é:  $\alpha b$ , y = 1.00

Dessa forma, podem- se calcular dois valores para as excentricidades no centro do pilar: a excentricidade (ei,centro) inicial acrescida da excentricidade acidental (ea); a excentricidade gerada devido ao coeficiente  $\alpha b$  (ei,base \*  $\alpha b$ );

Estes dois valores devem ser comparadas e a maior será ao final comparada com a excentricidade mínima. Desta forma, tem-se:

-Para a direção x:

eix,centro + ea,x, centro  $\geq \alpha b * eix,base$ 

$$0.47 + 0.35 \ge 0.90 * 0.94$$

Desta forma, o valor posteriormente comparado com a excentricidade mínima será 0.85 cm.

-Para a direção y:

eiy,centro + ea,y, centro  $\geq \alpha b * eiy,base$ 

$$0.00 + 0.35 \ge 1.00 * 0.00$$

Desta forma, o valor posteriormente comparado com a excentricidade mínima será 0.35 cm.

### Verificação quanto à excentricidade mínima:

-No topo do pilar (em módulo):

$$e1$$
,topo,x =  $ei$ ,x,topo +  $ea$ ,x,topo  $\ge e1$ ,min,x

$$e1,topo,x = 0.00 + 0.70 \ge 2.25$$

$$e1,topo,x = 0.70 < 2.25$$

Ao analizar o intervalo permitido, o valor da excentricidade de primeira ordem no topo do pilar (em módulo) para a direção "x" é:

$$e1,topo,x = 2.25 cm$$

$$e1$$
,topo,y =  $ei$ ,y,topo +  $ea$ ,y,topo  $\ge e1$ ,min,y

$$e1,topo,y = 0.00 + 0.70 \ge 3.60$$

$$e1,topo,y = 0.70 < 3.60$$

Ao analizar o intervalo permitido, o valor da excentricidade de primeira ordem no topo do pilar (em módulo) para a direção "y" é:

$$e1,topo,y = 3.60 cm$$

-Na base do pilar (em módulo):

$$e1,base,x=ei,x,base+ea,x \ge e1,min,x$$

$$e1,base,x = 0.94 + 0 \ge 2.25$$

$$e1,base,x = 0.94 \le 2.25$$

Ao analizar o intervalo permitido, o valor da excentricidade de primeira ordem na base do pilar (em módulo) para a direção "x" é:

$$e1,base,x = 2.25 cm$$

$$e1,base,y = 0.00 + 0 \ge 3.60$$

$$e1,base,y = 0.00 \le 3.60$$

Ao analizar o intervalo permitido, o valor da excentricidade de primeira ordem na base do pilar (em módulo) para a direção "y" é:

$$e1,base,y = 3.60 cm$$

-No centro do pilar (em módulo):

$$e1$$
, centro,  $x = e$ , centro,  $x \ge e1$ , min,  $x \ge e1$ 

$$e1,centro,x = 0.85 \ge 2.25$$

$$e1,centro,x = 0.85 \le 2.25$$

Ao analizar o intervalo permitido, o valor da excentricidade de primeira ordem no centro do pilar (em módulo) para a direção "x" é:

$$e1,centro,x = 2.25 cm$$

e1,centro,y = e,centro,y ≥ e1,min,y

$$e1, centro, y = 0.35 \ge 3.60$$

$$e1, centro, y = 0.35 \le 3.60$$

Ao analizar o intervalo permitido, o valor da excentricidade de primeira ordem no centro do pilar (em módulo) para a direção "y" é:

$$e1,centro,y = 3.60 cm$$

## Determinação do Índice de esbeltez limite (λ1):

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12, 5. \frac{e_1}{h}}{\alpha_h} \qquad \text{com 35 } \le \lambda_1 \le 90$$

- Determinação de λ1,x:

$$\lambda 1, x = (25 + 12, 5 * (ei, x / hx)) / \alpha b, x$$

$$\lambda 1, x = (25 + 12,5 * (0.94 / 25)) / 0.90$$

$$\lambda 1, x = 28.30$$

Ao analizar o intervalo permitido ( $35 \le \lambda 1 \le 90$ ), o valor de  $\lambda 1$  para a direção "x" é:  $\lambda 1, x = 35.00$ 

Determinação de λ1,y:

$$\lambda 1, y = (25 + 12, 5 * (ei, y / hy)) / \alpha b, y$$

$$\lambda 1, y = (25 + 12,5 * (0.35 / 70)) / 1.00$$

$$\lambda 1, y = 25.06$$

Ao analizar o intervalo permitido ( $35 \le \lambda 1 \le 90$ ), o valor de  $\lambda 1$  para a direção "y" é:  $\lambda 1, y = 35.00$ 

--Verificação da esbeltez limite:

$$\lambda x = 38.75 > \lambda 1, x = 35.00 --> Considerar efeitos locais de segunda ordem!$$

$$\lambda y = 13.84 < \lambda 1, y = 35.00 --> Não considerar efeitos locais de segunda ordem!$$

## Determinação do momento fletor total (Md,tot) pelo método do "Pilar padrão com curvatura aproximada":

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,A} + N_d \frac{\ell_e^2}{10} \frac{1}{r} \ge \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,min} \end{cases}$$

Com: 
$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h.(v+0.5)} \le \frac{0,005}{h}$$
  $v = \frac{N_d}{A_c.f_{cd}}$ 

-Para a direção "x":

Cálculo da curvatura aproximada:

$$v = 2300 / (25 * 70 * 1.79) --> v = 0.74$$

$$(1/r), x = 0.005 / (25 * (0.74 + 0.5)) \le (0.005 / 25)$$

$$(1/r), x = 0.00016181 \le 0.00020000$$

Ao analizar o intervalo, define-se o valor da curvatura aproximada para a direção "x":

$$(1/r),x = 0.00016181 \text{ cm}^{-1}$$

Cálculo do momento fletor total:

$$Md$$
,tot,x = 0.9 \* 5175 + 2300 \* [(280 $^2$ ) / 10] \* 0.00016181  $Md$ ,tot,x = 7575.30 kN.cm

Transformando o momento em excentricidade:

-Para a direção "y":

Não considerar efeitos de segunda ordem local para a direção "y".

#### Determinação das armaduras (As):

- Determinação dos Adimensionais:

$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \qquad \mu_x = v \cdot \frac{e_x}{h_x} \qquad \mu_y = v \cdot \frac{e_y}{h_y}$$

-Seção no TOPO do pilar:

$$v = 2300 / (25 * 70 * 1.79) --> v = 0.74$$

$$\mu$$
,x,topo = 0.74\* (2.25 / 25) -->  $\mu$ ,x,topo = 0.07

$$\mu$$
, y, topo = 0.74 \* (3.60 / 70) -->  $\mu$ , x, topo = 0.04

-Seção no MEIO do pilar:

$$v = 2300 / (25 * 70 * 1.79) --> v = 0.74$$

$$\mu$$
,x,meio = 0.74 \* (3.29 / 25) -->  $\mu$ ,x,meio = 0.10

$$\mu$$
,y,meio = 0.74 \* (3.60 / 70) -->  $\mu$ ,x,topo = 0.04

-Seção na BASE do pilar:

$$v = 2300 / (25 * 70 * 1.79) --> v = 0.74$$

$$\mu$$
,x,base = 0.74 \* (2.25 / 25) -->  $\mu$ ,x,base = 0.07

$$\mu$$
,y,base = 0.74 \* (3.60 / 70) -->  $\mu$ ,x,base = 0.04

-Relação d'/h:

$$d'x/hx = 4 / 25 --> d'x/hx = 0.16$$

$$d'y/hy = 4 / 70 --> d'y/hy = 0.06$$

Após os dados acima, o usuário, após acessar ábacos de dimensionamento, inseriu a seguinte taxa mecânica de armadura  $\omega$  = 0.2

-Cálculo da Área de Aço:

$$A_s = \frac{\omega . A_c . f_{cd}}{f_{vd}}$$

$$As = (0.2 * 25 * 70 * 1.79) / 43,48 --> As = 14.38 cm2$$

-TRANSFORMAÇÃO DE "As" EM BARRAS COMERCIAIS:

As, calc = 
$$14.38 \text{ cm}^2$$

As, proj = 16 cm<sup>2</sup> (O usuário inseriu 8ø16mm, sendo que o programa adotou 4 de cada lado, distribuídas ao longo da maior dimensão da seção).

## Seção Transversal



## VERIFICAÇÕES NORMATIVAS

Verificação quanto ao diâmetro da armadura (18.4.2.1 NBR-6118:2014):

$$10mm \le \phi_{\ell} < \frac{b}{8}$$
, sendo "b" a menor dimensão do pilar  $10mm \le 16.0mm < (250 / 8)$   $10mm \le 16.0mm < 31.25mm --> OK!$ 

Verificação quanto à armadura mínima (17.3.5.3.1 NBR-6118:2014):

$$A_{s,\min} = 0.15. \frac{N_d}{f_{yd}} \ge 0.004. A_c$$

As,min = 
$$0.15 * (2300 / 43,48) \ge 0.004 * (1750)$$

As,  $min = 7.93 \ge 7.00$ 

Ao analizar o intervalo, tem-se o valor de As, min:

As,  $min = 7.935 \text{ cm}^2$ 

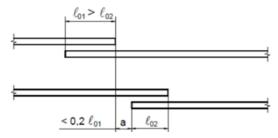
As,proj =  $16 \text{ cm}^2 > \text{As,min} = 7.935 \text{ cm}^2 --> \text{OK!}$ 

### Verificação quanto à armadura máxima (17.3.5.3.2 NBR-6118:2014):

 $As,max = 140cm^2$ 

As,proj =  $16 \text{ cm}^2 < \text{As,max} = 140 \text{ cm}^2 --> \text{OK!}$ 

O item 9.5.2.1 da NBR-6118:2014, considera como na mesma seção transversal as emendas que se superpões ou cujas extremidades estejam afastadas de menos que 20% do trecho de traspasse. A imagem a seguir representa o explicitado pela normativa:



Considerando que, nas emendas, a taxa de armadura não pode superar 0,08.Ac em uma mesma seção transversal, é possível estabelecer que As,max≤0,04.Ac (pois, na emenda, existem duas barras sobrepostas), desta forma, é necessário verificar a taxa de armadura projetada:

$$\rho$$
,proj = As,proj/Ac = 16 / (25 \* 70) = 0.01  $\rho$ ,proj = 0.0091  $\leq$  0,04 --> Ok!

## Verificação quanto ao diâmetro mínimo da armadura transversal (øt,min) (17.3.5.3.2 NBR-6118:2014):

$$\phi_{t} \ge \begin{cases} 5,0mm \\ \phi_{t}/4 \end{cases}$$
øl / 4 = 1.6 / 4 = 4.00 mm

Ao analizar o intervalo e os diâmetros comerciais para barras de aço, tem-se o valor de øt,min: øt,min = 5.00 mm

## Verificação quanto aos espaçamentos mínimos e máximos entre as barras da armadura longitudinal (18.4.2.2 NBR-6118:2014):

$$e_{\min livre} \ge \begin{cases} 2cm \\ \phi_{\ell} \\ 1,2d_{\max} \end{cases}$$

 $\emptyset l = 1.6 cm$ 

1,2 \* dmax,agregado = 1,2 \* 1.9 = 2.28 cm

Ao se analizar o intervalo, tem-se emin, livre = 2.28 cm

O espaçamento entre barras disponível (e,livre, disp) é:

```
e,livre,disp = (h - 2c - 2øt - ((num,total,barras)/2) * øl) / [((num,total,barras)/2)-1] e,livre,disp = (70 - 2 * 2.5 - 2 * 0.5 - 4 * 1.6 / (4 - 1) e,livre,disp = 19.20 cm > emin,livre = 2.28 cm --> OK! e_{\text{max,eixos}} \leq \begin{cases} 2b \\ 40cm \end{cases} 2 * b = 2 * 25 = 50 cm Ao se analizar o intervalo, tem-se emax,eixos = 40 cm
```

O espaçamento disponível entre eixos das barras (e,eixos,disp) é: e,eixos,disp = (h - 2c - 2øt - øl) / [((num,total,barras)/2)-1] e,eixos,disp = (70 - 2 \* 2.5 - 2 \* 0.5 - 1.6 / (4 - 1) e,eixos,disp = 20.80 cm < emax,eixos = 40 cm --> OK!

## Verificação ao espaçamento máximo da armadura transversal (Smax) (18.4.3 NBR-6118:2014):

Portanto, adotar øt = 5mm a cada 19.20000000000003cm

## Verificação do CG das armaduras:

$$d'x,proj = c + \emptyset t + \emptyset l/2 = 2.5 + 0.5 + 1.6/2 = 2.50.50.8 \text{ cm}$$
  
 $d'y,proj = c + \emptyset t + \emptyset l/2 = 2.5 + 0.5 + 1.6/2 = 2.50.50.8 \text{ cm}$   
 $d'x = 4 \text{ cm} \ge d'x,proj = 2.50.50.8 \text{ cm} --> \text{OK!}$   
 $d'y = 4 \text{ cm} \ge d'y,proj = 2.50.50.8 \text{ cm} --> \text{OK!}$ 

## Verificação quanto a proteção contra a flambagem das barras (18.4.3 NBR 6118:2014):

Cada estribo protege uma região de até 20.øt = 20 \* 0.5 = 10 cm.

A verificação pode ser feita comparando o espaço desprotegido com o e,livre, disp:

e,desprotegido = 45.00 cm > e,livre,disp = 19.20 cm -- > Deve ser feita a utilização de estribos suplementares para proteger a armadura longitudinal contra flambagem!

## Cálculo do comprimento dos arranques no topo do pilar:

Este é uma passo necessário em situações onde o elemento poderá ter continuação, como em um edifício de vários pavimentos. Cabe ao projetista utilizar os arranques da maneira correta!

$$\ell_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \ge 25\phi$$
  $f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd}$   $f_{ctd} = \frac{0.21}{\gamma_c} \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$ 

fctd = 
$$(0,21 / 1,4) * {}^{3}J(25^{2}) = 1.28 \text{ MPa}$$

Para a obtenção de fbd são sempre considerados barras nervuradas ( $\eta 1=2,25$ ) em boas condições de aderência ( $\eta 2=1$ )!

 $\eta$ 3 = 1 quando øl < 32mm; Quando øl  $\geq$  32mm,  $\eta$ 3 = (132-øl) / 100.

Para o presente caso, tem-se  $\eta$ 3 = 1.00

$$lb = (1.6 / 4) * (434,8 / 2.89 = 60.27 cm$$

Ao analizar o intervalo para o comprimento dos arranques, tem-se:

lb = 60.27 cm

OBS: Por questões executivas, deve-se sempre adotar um valor para o lb múltiplo de 5 cm.

Após todas as verificações anteriores, tem- se que todas as verificações normativas foram atendidas!

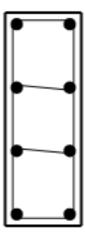
#### Resumo de armadura e desenho da seção transversal:

Tamanho da seção transversal: 25 cm x 70 cm

Armadura Longitudinal = 16 cm² (8ø16mm, sendo 4 de cada lado, distribuídas ao longo da maior dimensão da seção).

Armadura Transversal, adotar øt = 5mm a cada 19.20000000000003cm. Considerar estribos suplementares conforme seção abaixo.

## Seção Transversal



## Referências bibliográficas

Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro. Abnt. 2014. 256 p.

Bastos, P. S. S., Pilares de Concreto. Notas de Aula, Curso de Engenharia Civil, Universidade Estadual Paulista, Departamento de Engenharia Civil, Bauru, 2015.

Scadelai, M. A. Dimensionamento de Pilares de Acordo com a NBR 6118. Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Estruturas, 2004.